TARIF DE CUBAGE À DIAMÈTRE ET LONGUEUR VARIABLES D'UTILISATION POUR LE PIN GRIS EN PLANTATION AU QUÉBEC

MÉMOIRE DE RECHERCHE FORESTIÈRE N°139

Par

Guy Prégent,

France Savard,

Gilles Désaulniers.

Québec

Tarif de cubage à diamètre et longueur variables d'utilisation pour le Pin gris en plantation au Québec

2001

Mémoire de recherche forestière n°139

Par

Guy Prégent, ing.f., M.Sc.

France Savard, stat., M.Sc.

Gilles Désaulniers, *Ph.D.*

Direction de la recherche forestière
Forêt Québec

Mission de la DRF

La Direction de la recherche forestière (DRF) contribue au développement durable du secteur forestier en répondant aux préoccupations et aux besoins de ses clients en matière d'aménagement du milieu forestier. Elle réalise des travaux de recherche appliquée et de développement. Ces résultats de recherche sont transférés aux utilisateurs sous forme de nouvelles connaissances, de pratiques inédites et d'outils novateurs.

Les Mémoires de recherche forestières de la DRF

Depuis 1970, chacun des Mémoires de recherche forestière de la DRF est révisé par un comité ad hoc formé d'au moins trois experts indépendants. Cette publication est produite et diffusée à même les budgets de recherche et de développement, comme autant d'étapes essentielles à la réalisation d'un projet ou expérience. Ce document gratuit est tiré à 1 000 exemplaires. Il est également disponible dans notre site Internet en format pdf.

Vous pouvez adresser vos demandes à :

Ministère des Ressources naturelles
Direction de la recherche forestière, Forêt Québec
2700, rue Einstein
Sainte-Foy (Québec)
Canada G1P 3W8
Courriel : rech.for@mrn.gouv.qc.ca
Internet : www.mrn.gouv.qc.ca/drf

Guy Prégent est ingénieur forestier, diplômé de l'Université Laval depuis 1980. En 1985, le même établissement lui décernait le diplôme de maître ès sciences (écologie et pédologie forestières). De 1982 à 1987, il est assistant de recherche à la Faculté de foresterie et de géodésie de l'Université Laval, puis professionnel de recherche au Centre de recherche en biologie forestière du même établissement. À l'emploi du Ministère à partir de 1987, il est d'abord affecté au Service de la régénération forestière puis, depuis 1992, à la Direction de la recherche forestière, à titre de chargé de recherches sur la mesure des effets réels dans les plantations.

101-05729/

Ce texte est un rapport partiel du projet de recherche numéro 0705 0209 361E : « Croissance et rendement des principales espèces résineuses en plantation ».

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier messieurs René Kirouac, Conrad Thomassin, Yvon Lévesque, Jean-Yves Montambault et Guy Chantal pour la cueillette des données en forêt. Pour la région de l'Abitibi-Témiscamingue, nous remercions monsieur Henrico Laberge, alors directeur régional, pour avoir autorisé le financement d'une partie du projet, monsieur Paul Gilbert pour la coordination régionale du projet, messieurs Warren Shaffer, Martin Quévillon et Guy Allard pour la recherche et la localisation des placettes, mesdames Sylvie Rousseau et Sophie Riel ainsi que messieurs Marc Lefebvre et Daniel Gagnon pour les relevés dendrométriques et écologiques. Nos remerciements vont également à madame Nicole Laquerre pour le cubage des arbres, à madame Nathalie Langlois pour la dactylographie du document, à monsieur Louis Blais pour la révision d'un modèle statistique, à messieurs Fabien Caron et Pierre Bélanger pour la révision linguistique et l'édition ainsi qu'aux examinateurs anonymes pour leurs commentaires et suggestions.

Résumé

L'étude de défilement de 404 tiges prélevées dans 227 plantations réparties dans la plupart des régions du Québec, a permis d'élaborer un tarif de cubage pour le Pin gris. Il s'agit d'un tarif de cubage à deux entrées permettant d'estimer le volume avec ou sans écorce d'une tige en fonction du DHP et de la hauteur totale de l'arbre. Les coefficients de détermination (R^2) excèdent 99 %. Des fonctions permettant d'estimer la hauteur à partir du DHP ainsi que le DHP à partir du diamètre à hauteur de souche sont également fournies. Le tarif est dit à diamètre et longueur variables d'utilisation; il permet de prédire le volume avec ou sans écorce et même le volume d'écorce pour n'importe quel diamètre au fin bout ou longueur d'utilisation ou encore entre deux niveaux (hauteur ou diamètre) quelconques le long de la tige. On compare le volume marchand prédit à l'aide de ce tarif à celui présentement utilisé pour les forêts naturelles, soit celui de Perron (1985) ainsi qu'à celui de Bolghari et Bertrand précédemment utilisé pour les plantations. Plusieurs exemples sont présentés pour en faciliter l'utilisation et la compréhension.

Mots-clés : tarif de cubage, diamètre, longueur, Pin gris, *Pinus banksiana*, plantation, défilement.

Abstract

A study of stem taper was done using 404 jack pine trees taken from 227 plantations distributed in most regions of Quebec, and a volume table developed. This multiple-entry volume table estimates the volume, with or without bark, as a function of DBH and total tree height. Coefficients of determination (R^2) exceed 99%. Functions are provided to estimate height using DBH, and DBH using the diameter at stump height. The table provides both stem diameter and variable log use lengths, because it can predict the volume with or without the bark, and even the volume of bark for any diameter at the small end or length of use, or between any two levels (height or diameter) along the stem. Using this table, the predicted merchantable volume is compared to the table by Perron (1985) that is currently used in natural stands, as well as the one by Bolghari and Bertrand, previously used for plantations. Several examples are presented to facilitate using and understanding the volume table.

Key words: volume table, diameter, length, jack pine, *Pinus banksiana*, plantation, taper.

Table des matières

Remerciements iii
Résumé v
Abstract vii
Liste des tableaux xiii
Liste des figures xiii
Introduction 1

Chapitre premier - Matériel et méthodes 3
1.1 Caractéristiques des plantations échantillonnées 3
1.2 Caractéristiques des arbres échantillonnés et prise de mesures 3
1.3 Étude de défilement des tiges 4
1.4 Cubage des tiges échantillonnées 5
1.5 Traitements statistiques 6
1.5.1 Relations entre le volume avec et sans écorce, le DHP et la hauteur totale 6
1.5.2 Relation entre la hauteur totale et le DHP 6
1.5.3 Équation des proportions de volume à diamètre variable d'utilisation 6
1.5.4 Équation des proportions de volume à longueur variable d'utilisation 7
1.5.5 Validation des modèles 8

Chapitre deux - Résultats 9
2.1 Choix d'un modèle de prédiction du volume 9
2.2 Relation DHP et diamètre à hauteur de souche 10
2.3 Relations hauteur et DHP 10
2.4 Tarif de cubage 10
2.5 Tarif de cubage à diamètre variable d'utilisation 11
2.5.1 Volume avec écorce 11
2.5.2 Volume sans écorce 11
2.6 Tarif de cubage à longueur variable d'utilisation 14
2.6.1 Volume avec écorce 14
2.6.2 Volume sans écorce 14

Chapitre trois - Discussion 19
3.1 Validation des modèles 19
3.2 Comparaison avec les tarifs de cubage de Perron (1985) et de Bolghari et Bertrand 19
3.3 Exemples d'utilisation 20
3.3.1 Calcul du volume total avec écorce 20
3.3.2 Calcul du volume total sans écorce 20
3.3.3 Calcul du volume d'écorce 20
3.3.4 Calcul du volume avec écorce pour un diamètre fixé au bout apical. 20
3.3.5 Calcul du volume sans écorce pour un diamètre fixé au bout apical 20
3.3.6 Calcul du volume d'écorce pour un diamètre fixé au bout apical 21
3.3.7 Calcul du volume marchand brut 21
3.3.8 Calcul du volume sans écorce entre deux diamètres fixés 21
3.3.9 Calcul du volume avec écorce pour une longueur fixée de billon 21
3.3.10 Calcul du volume sans écorce pour une longueur fixée de billon 21
3.3.11 Calcul du volume d'écorce pour une longueur fixée de billon 22
3.3.12 Calcul du volume sans écorce entre deux hauteurs fixées 22
3.3.13 Calcul de la longueur de billon correspondant à un diamètre fixé au bout apical 22
3.3.14 Calcul du diamètre au fin bout pour une longueur fixée de billon 23
3.3.15 Pertes de volume associées à une hauteur de souche supérieure à 0,15 m 23
Conclusion 25
Bibliographie 27

Annexe A - Abaque de prédiction du volume total (dm^3) avec écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale 29

Annexe B - Abaque de prédiction du volume total (dm^3) sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale 31

Annexe C - Abaque de prédiction de la proportion de volume avec écorce en fonction du DHP et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical 33

Annexe D - Abaque de prédiction de la proportion de volume sans écorce en fonction du DHP et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical 35

Annexe E - Abaque de prédiction du volume marchand (dm^3) d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale 37

Annexe F - Abaque de prédiction de la proportion de volume avec écorce en fonction de la hauteur totale de l'arbre et de la longueur apicale rejetée 39

Annexe G - Abaque de prédiction de la proportion de volume sans écorce en fonction de la hauteur totale de l'arbre et de la longueur apicale rejetée 41

Liste des tableaux

Tableau 1: Statistiques descriptives pour la hauteur, le DHP et les volumes des 404 tiges échantillonnées selon les zones écologiques 3

Tableau 2. Répartition des 404 tiges selon les classes de hauteur et de DHP 4

Tableau 3. Comparaison des huit modèles de prédiction du volume total avec écorce 9

Tableau 4. Validation pour chacun des modèles de prédiction du volume 19

Liste des figures

Figure 1. Localisation des 227 plantations échantillonnées 2

Figure 2. Schéma d'une tige et désignation des variables associées au tarif de cubage 5

Figure 3. Volume total avec écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale 12

Figure 4. Volume total sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale 13

Figure 5. Volume sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP, de la hauteur totale et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical 15

Figure 6. Volume marchand d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale 16

Figure 7. Volume sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP, de la hauteur totale et de la longueur apicale rejetée 17

Figure 8. Comparaison du volume marchand prédit avec les tarifs de cubage de Perron (1985) et de Bolghari et Bertrand pour trois hauteurs d'arbre 18

Introduction

Un tarif de cubage constitue un outil d'estimation indirecte du volume d'un arbre à partir de paramètres dendrométriques plus faciles à mesurer tels le DHP et la hauteur. On le présente sous la forme d'un tableau, d'un graphique ou d'une équation (Rondeux 1993). Il est particulièrement utile pour différentes étapes de la gestion forestière puisqu'il forme la base même du calcul de la croissance et du rendement des forêts. Plus particulièrement, le tarif de cubage constitue l'étape préalable à l'élaboration des tables de rendement.

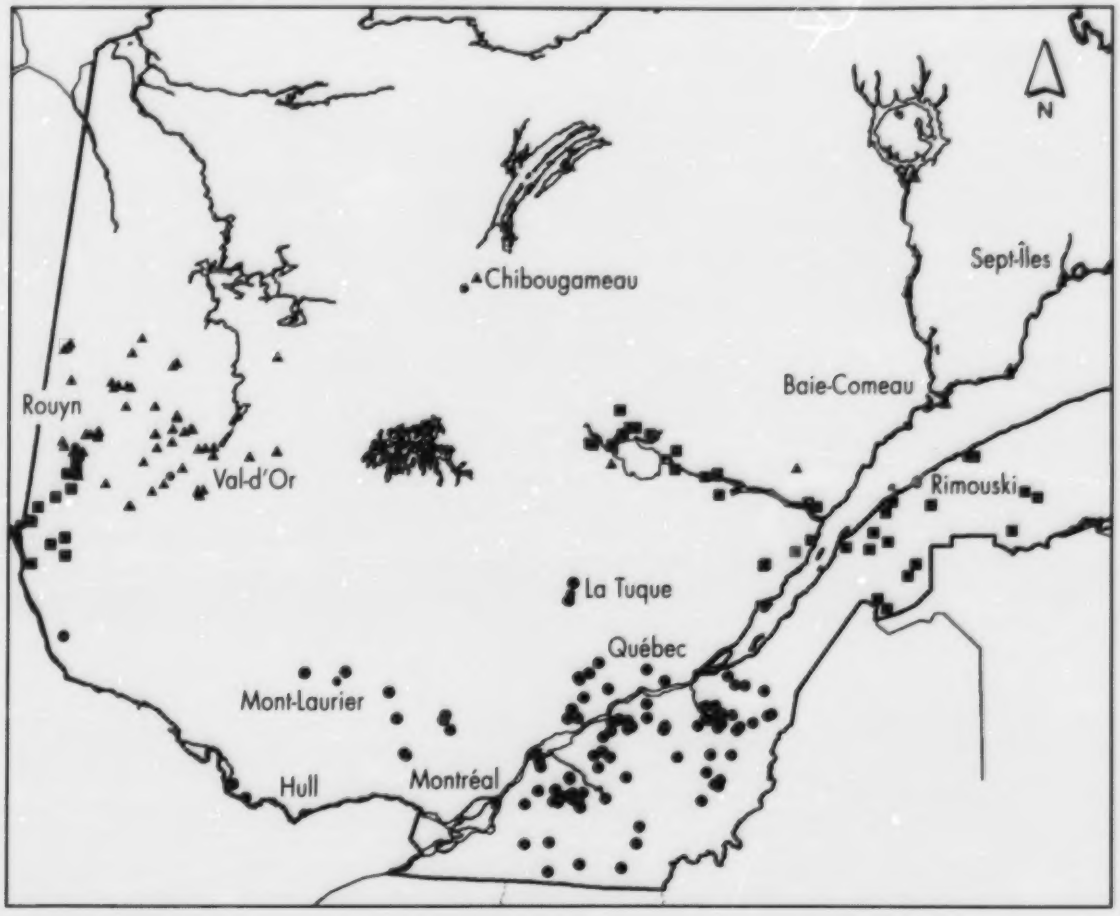
Les tarifs de cubage peuvent être catégorisés par le nombre de variables (entrées) utilisées pour prédire le volume. Dans un tarif à une entrée, une seule variable, généralement le DHP, permet de prédire le volume. Ces tarifs sont moins précis que les tarifs à deux ou à trois entrées bien qu'ils soient plus simples et plus rapides à utiliser. La forme de la tige, particulièrement la relation entre le DHP et la hauteur totale, peut varier selon l'âge de l'arbre, rendant ainsi les tarifs de cubage à une entrée plus limitatifs (Pardé et Bouchon 1988). Les tarifs à deux entrées font généralement appel au DHP et à la hauteur totale de l'arbre; la deuxième variable peut également être la hauteur à une certaine découpe ou le diamètre à une certaine hauteur. Les tarifs à trois entrées peuvent inclure trois des variables mentionnées précédemment. Bien qu'ils soient plus précis, leur utilisation n'est pas nécessairement recommandée puisqu'ils nécessitent des mesures plus difficiles et plus coûteuses à obtenir (Rondeux 1993). Enfin, les tarifs de cubage paramétrés utilisent une variable supplémentaire décrivant certaines caractéristiques moyennes du peuplement tel le rapport de la hauteur totale sur le DHP des arbres dominants (Ung 1990). Cette variable de peuplement permet d'avoir un aperçu de la forme de la tige à cuber tout en minimisant les coûts de la prise de mesure.

Les tarifs de cubage traditionnels permettent généralement de prédire le volume total d'une tige, soit de la souche jusqu'à son extrémité, ou encore le volume jusqu'à une certaine découpe au fin bout désigné comme étant la portion marchande de la tige. Au Québec, le volume marchand est calculé de la souche, fixée à 15 cm au-dessus du plus haut sol, jusqu'à une découpe de 9 cm de diamètre avec écorce au fin bout. De tels tarifs sont actuellement disponibles pour les principales espèces dites commerciales en forêt naturelle (Perron 1985) ainsi que pour les principales espèces résineuses en plantation (Bolghari et Bertrand, document non publié). Toutefois, compte tenu des besoins très variables en ce qui a trait à la longueur et la grosseur des bois à transformer par l'industrie, l'utilisation de tels tarifs devient contraignante. L'élaboration de tarifs de cubage à diamètre ou à longueur variables d'utilisation permet d'obtenir des outils plus flexibles de prédiction de volume et d'une utilisation beaucoup plus générale (Fonweban et Houllier 1997, Roda et Issaly 1998, Thibaut et al. 1998).

Cette étude vise à combler ce besoin en mettant au point un tarif de cubage à longueur et à diamètre variables d'utilisation pour le Pin gris (*Pinus banksiana* Lamb.) en plantation au Québec. Par divers exemples, nous montrerons comment estimer le volume total avec ou sans écorce, le volume d'écorce, le volume jusqu'à une certaine longueur ou un certain diamètre au fin bout, le volume entre deux hauteurs ou deux diamètres prédéterminés sur la tige, la longueur de billon correspondant à un certain diamètre au fin bout ou le diamètre au fin bout correspondant à une certaine longueur de billon. Nous présenterons également les pertes de volumes liées à une hauteur de souche supérieure à 15 cm.

Figure 1

Localisation des 227 plantations échantillonnées



- Fôret décidue
- Forêt mélangée
- Forêt boréale continue

Matériel et méthodes

1.1 Caractéristiques des plantations échantillonnées

Les 404 tiges étudiées ont été prélevées dans 227 plantations réparties dans la plupart des régions du Québec (figure 1). Il s'agit généralement de plantations pures de Pin gris. Lorsque des arbres naturels ou d'autres espèces plantées sont présentes, la surface terrière du Pin gris planté représente au moins 75% de la surface terrière totale. Les arbres d'une plantation sont tous mis en terre au cours de la même période; un écart maximal de deux ans est accepté. Ces plantations ont parfois bénéficié de dégagements en bas âge mais elles n'ont pas été éclaircies. À l'exception de la coupe des branches basses sur les 2 premiers mètres environ pour faciliter la circulation, aucun élagage artificiel ni fertilisation n'ont eu lieu dans ces plantations.

La majorité de ces plantations ont été établies en forêt privée sur d'anciennes terres cultivées. L'année de mise en terre varie entre 1950 et 1985. Il s'agit principalement de plants fournis à racines nues.

L'indice de qualité de station (Bolghari et Bertrand 1984) varie de 2,4 à 8,5 m (âge de référence à 15 ans). L'échantillonnage couvre ainsi un très large spectre des niveaux de fertilité rencontrés au Québec. Les densités initiales de reboisement sont également très variées; elles se situent entre 750 et 8 250 plants à l'hectare.

L'altitude des stations varie de 12 à 630 m. Elles sont établies sur des dépôts de surface très variés (dépôts glaciaires, fluvio-glaciaires, fluviatiles, lacustres, marins, littoraux marins, de pente ou d'altération, éoliens), les dépôts marins étant les plus fréquents.

1.2 Caractéristiques des arbres échantillonnés et prise de mesures

Un peu plus du tiers des 404 tiges a été mesuré au cours des années 1970 à 1977; le reste l'a été au cours des années 1990 à 1996. La plupart des arbres ont été mesurés après l'abattage (lors d'une première éclaircie commerciale ou arbre coupé à la périphérie de la placette); quelques-uns ont été mesurés debout au cours de la première période de mesurage.

Au moment de la prise de mesures, l'âge des plantations variait de 5 à 46 ans. Les arbres échantillonnés provenaient de toutes les classes de dominance. Aucun arbre fourchu n'a été retenu.

La hauteur des arbres échantillonnés oscille entre 2,06 et 20,10 m et le DHP entre 1,6 et 33,0 cm. La répartition par zone écologique et les caractéristiques dendrométriques des 404 tiges échantillonnées sont présentées au tableau 1. Ainsi, près de 62% des tiges proviennent de la zone feuillue, 18% de la zone mixte et 20% de la zone boréale (Saucier et al. 1998). La distribution de fréquence par classes de hauteur et de DHP est présentée au tableau 2. Cette distribution reflétera le domaine de validité du tarif de cubage.

Tableau 1

Statistiques descriptives pour la hauteur, le DHP et les volumes des 404 tiges échantillonnées selon les zones écologiques

Paramètre	Zone écologique *	Statistiques				
		n	Minimum	Moyenne	Maximum	Écart-type
Hauteur (m)	Feuillue	249	2,23	9,90	20,10	4,26
	Mixte	74	2,06	9,38	18,00	4,59
	Boréale	81	2,24	7,33	18,70	3,29
	Global	404	2,06	9,29	20,10	4,26
DHP (cm)	Feuillue	249	1,6	13,7	33,0	6,2
	Mixte	74	1,8	13,2	28,5	6,3
	Boréale	81	2,0	11,0	23,1	5,8
	Global	404	1,6	13,1	33,0	6,2
Volume total avec écorce (dm^3)	Feuillue	249	0,6	111,7	689,9	119,0
	Mixte	74	0,6	100,6	389,9	105,8
	Boréale	81	0,8	56,8	339,4	68,2
	Global	404	0,6	98,7	689,9	110,1
Volume total sans écorce (dm^3)	Feuillue	249	0,3	99,0	624,6	109,1
	Mixte	74	0,5	91,4	360,8	97,4
	Boréale	81	0,5	50,3	311,4	61,2
	Global	404	0,3	87,8	624,6	100,7

* La zone écologique correspond à celle de Saucier et al. (1998)

Tableau 2

Répartition des 404 tiges selon les classes de hauteur et de DHP

Classes de DHP (cm)	Classes de hauteur (m)										
	2-<4	4-<6	6-<8	8-<10	10-<12	12-<14	14-<16	16-<18	18-<20	20-<22	Total
0-<2	4										4
2-<4	25										25
4-<6	17	19									36
6-<8	4	23	7	1							35
8-<10		11	14	8	1						34
10-<12		4	25	3	2	1					35
12-<14		1	10	22	17	4		1			55
14-<16			4	11	10	17	2				44
16-<18				8	14	18	6				46
18-<20				3	16	7	5	3			34
20-<22					5	4	7	8			24
22-<24					1	2	2	6	4		15
24-<26							2	8	1		11
26-<28							1				1
28-<30							1	1	1		3
30-<32											0
32-<34									1	1	2
Total	50	58	60	56	66	53	26	27	7	1	404

1.3 Étude de défilement des tiges

Le diamètre avec écorce et l'épaisseur d'écorce sont évalués à différentes hauteurs : 15, 45, 85, 130, 200 cm du sol et par intervalle de 100 cm par la suite. Le niveau de 15 cm représente la hauteur de souche. À chacune de ces hauteurs, deux mesures sont prises perpendiculairement et leur moyenne géométrique donne le diamètre et l'épaisseur d'écorce. Le diamètre et l'épaisseur d'écorce sont mesurés au millimètre près à l'aide d'un compas forestier et d'une jauge d'épaisseur d'écorce respectivement. La hauteur totale et le niveau de prise de mesure le long de la tige sont évalués au centimètre près avec une règle graduée. Lorsqu'un renflement, un nœud ou une branche empêche l'évaluation à l'un de ces niveaux, les mesures sont prises juste au-dessus ou au-dessous de la déformation et sa hauteur exacte est notée.

La largeur et la longueur de la cime, la classe de dominance et de dégagement de la tige sont également évaluées. Enfin, certaines caractéristiques de la placette utilisées pour l'étude du rendement des plantations (Prégent et al. 1996) tels la hauteur et le diamètre des arbres dominants ainsi que l'indice de qualité de la station sont évaluées.

1.4 Cubage des tiges échantillonnées

Le cubage des 404 tiges échantillonnées a été réalisé avec la méthode DÉBUTRONC (Désaulniers 1989). Le défilement de la tige y est défini par une fonction mathématique entre le rayon de l'arbre et la hauteur à laquelle ce rayon correspond. L'intégrale de cette fonction permet par la suite d'évaluer le volume entre deux niveaux quelconques le long de la tige.

Ainsi, les volumes avec et sans écorce ont été estimés pour des rayons au bout apical pouvant varier de 0 cm (volume total) jusqu'à un maximum de 18 cm pour les plus grosses tiges (soit 36 cm de diamètre) par intervalle de 1,5 cm (ou 3 cm de diamètre). La méthode DÉBUTRONC fournit également une estimation de la hauteur à laquelle le diamètre au bout apical correspond. Les diamètres sont mesurés avec l'écorce. Les volumes sont estimés à partir de la hauteur de souche qui est fixée à 15 cm au-dessus du plus haut sol. Le volume des branches est exclus. La figure 2 décrit la codification et la signification des variables associées au tarif de cubage.

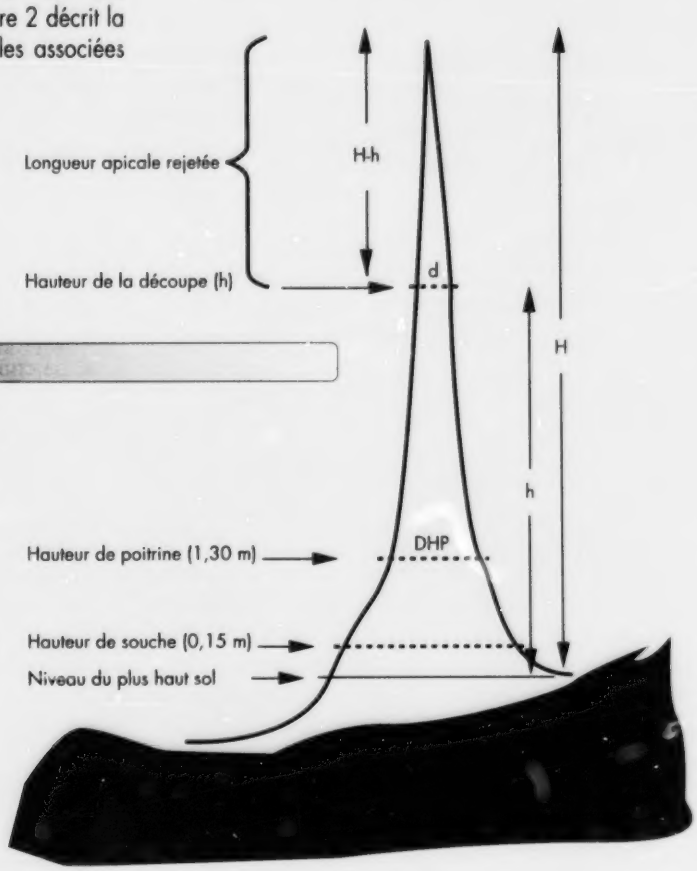


Figure 2

Schéma d'une tige et désignation des variables associées au tarif de cubage

1.5 Traitements statistiques

Pour tous les modèles de régression utilisés, la qualité des ajustements a été appréciée par le coefficient de détermination (R^2), la somme des carrés des écarts résiduels (SCR), l'écart-type résiduel (ETR) ainsi que par l'analyse graphique des résidus de manière à détecter d'éventuels biais.

Pour les données récoltées au cours de la décennie 70, le DHP a été mesuré à 4,5 pieds du sol, soit à 1,37 m au lieu de 1,30 m. Dans ces cas, le DHP mesuré est remplacé par le DHP estimé à 1,30 m par DÉBUTRONC afin de corriger la sous-estimation du DHP.

1.5.1 Relations entre le volume avec et sans écorce, le DHP et la hauteur totale

La sélection d'un modèle permettant de prédire le volume total d'un arbre s'effectue parmi les huit modèles suivants dont les quatre premiers forment une régression linéaire et les quatre autres, une régression non linéaire (Fonweban et Houllier 1997) :

$$M1 : V = \beta_0 + \beta_1 \left(DHP^2 \times H \right)$$

$$M2 : V = \beta_0 + \beta_1 \left(DHP^2 \right)$$

$$M3 : V = \beta_0 + \beta_1 \left(DHP \right) + \beta_2 \left(DHP^2 \right)$$

$$M4 : V = \beta_0 + \beta_1 \left(DHP \times H \right) + \beta_2 \left(DHP^2 \times H \right)$$

$$M5 : V = \beta_0 + \beta_1 \left(DHP \right)^{\beta_2} \left(H \right)^{\beta_3}$$

$$M6 : V = \beta_0 + \beta_1 \left(DHP \right)^{\beta_2}$$

$$M7 : V = \beta_1 \left(DHP \right)^{\beta_2} \left(H \right)^{\beta_3}$$

$$M8 : V = \beta_1 \left(DHP \right)^{\beta_2}$$

La hauteur réellement mesurée a été utilisée pour élaborer ces modèles. Toutefois, comme la hauteur est souvent estimée par le DHP, on est en présence d'un système d'équations qui estime d'abord la hauteur et utilise ensuite cette variable estimée pour prédire le volume. On retrouve donc la hauteur à la fois comme variable dépendante et comme variable indépendante, ce qui entraîne un problème de dépendance entre les variables explicatives et les termes d'erreur du système d'équations. Une telle dépendance est contraire aux hypothèses de base de la régression par les moindres carrés et a pour conséquence de biaiser l'estimation des paramètres du système. Pour remédier à ce problème, on résout simultanément les équations sur la hauteur et les volumes en utilisant la méthode des moindres carrés à trois niveaux (*three-stage least squares*). Cette méthode utilise ce que l'on appelle des variables instrumentales et permet d'obtenir des estimations non biaisées des paramètres pour un effectif important de l'échantillon. Les variables instrumentales suggérées sont les variables indépendantes du système d'équations que l'on ne retrouve pas comme variables dépendantes. Dans le cas présent, il n'y a que la variable DHP qui répond à ce critère et comme on doit avoir au moins autant de variables instrumentales que le plus grand nombre de paramètres à estimer dans une équation, on a dû élever le DHP au carré et au cube pour obtenir les variables instrumentales nécessaires pour résoudre le système d'équations. Les paramètres du système ont été calculés par la procédure MODEL du module SAS/ETS.

1.5.2 Relation entre la hauteur totale et le DHP

Compte tenu des coûts associés à la prise de mesures, la hauteur totale de l'arbre à cuber est rarement mesurée. Elle doit souvent être estimée par une relation avec le DHP. Le modèle de Chapman-Richards a été retenu pour cette relation :

$$H = 1{,}3 + \beta_1 \left(1 - \exp \left(\beta_2 \times DHP \right) \right)^{\beta_3}$$

Puisque plusieurs facteurs peuvent influencer cette relation (Bégin et Raulier 1995), l'ajout des variables suivantes a également été testé (zone écologique, hauteur moyenne et DHP moyen des arbres dominants, classe de dominance de la tige) afin d'améliorer sa capacité de prédiction.

1.5.3 Équation des proportions de volume à diamètre variable d'utilisation

L'équation dont le volume pourra être prédit à différents diamètres au bout apical est la suivante :

$$R_d = 1 + \beta_1 \left(\frac{d}{DHP} \right)^{\beta_2}$$

où R_d est le volume à un certain diamètre divisé par le volume total (V_d / V_{tot}) et d est le diamètre au bout apical.

L'équation étant déjà identifiée, la difficulté consiste maintenant à utiliser une méthode permettant de tenir compte de la corrélation qui existe entre les volumes qui proviennent d'un même arbre. Dans notre cas,

cette corrélation est de type autorégressif (AR(1)), puisque le volume évalué à un certain diamètre est fortement corrélé au volume précédent évalué à un diamètre inférieur. Ainsi, si le volume est mesuré pour un diamètre donné, alors le prochain volume mesuré à un diamètre plus élevé (c'est-à-dire à une hauteur plus basse sur l'arbre) ne peut qu'être inférieur au volume précédent. Dans ce sens, chaque mesure dépend en partie de la mesure précédente ce qui correspond bien à la définition d'un modèle de type autorégressif AR(1).

Pour tenir compte de ce problème de corrélation entre les données, un modèle de régression à coefficients variables a été utilisé. Cette méthode consiste à estimer les coefficients de la régression pour chaque arbre, tout en spécifiant la structure de corrélation qui existe entre les observations, puis à faire une sorte de moyenne pondérée pour obtenir les coefficients du modèle final (Biging 1985). Notons que, dans le but d'obtenir la meilleure précision possible, les arbres qui contenaient moins de quatre observations ont été éliminés de l'analyse, ce qui laisse 314 pins gris pour l'étude.

L'équation non linéaire retenue pour la proportion de volume a été linéarisée puisque la régression à coefficients variables doit être utilisée sur un modèle linéaire. La transformation logarithmique étant impossible en raison du fait que les variables de l'équation prenaient parfois des valeurs nulles ou négatives, le modèle a été linéarisé en estimant le coefficient β_2 puis en le fixant comme une constante. De cette façon, la nouvelle variable $DD = (d / DHP)^{\beta_2}$ fut donc créée puis, en considérant $RR = (R_d - 1)$, l'équation, auparavant non linéaire, a pris la forme d'une régression linéaire simple sans ordonnée à l'origine.

$$RR = \beta_1 DD$$

Ce sont donc des régressions linéaires de cette forme qui ont été modélisées pour chaque arbre. Toutefois, un problème s'est posé au sujet de la corrélation de type AR(1) que l'on voulait spécifier pour chaque arbre car celle-ci exige que les observations sur un même arbre soient équidistantes. Les différents diamètres mesurés (d) étaient tous distancés de 3 cm ce qui ne posait pas de problème. À la limite, la division de cette variable par le DHP (d/dhp) ne changeait rien puisque toutes les mesures du même arbre étaient divisées par le même nombre. Par contre, la nouvelle variable DD équivaut à $(d / DHP)^{\beta_2}$ et l'exposant fait en sorte que les observations ne sont plus également espacées. Pour pallier à ce problème, la procédure MIXED de SAS a été utilisée et le type de corrélation spécifié correspond à une structure spatiale (*spatial power law*) qui prend la notation SP(POW). Cette structure, conçue pour les observations qui ne sont pas également espacées, équivaut à une généralisation directe de la structure AR(1) pour des observations également espacées.

Afin d'obtenir la valeur optimale pour le coefficient β_1 une méthode itérative a été utilisée. Cette méthode consiste à fixer une valeur au coefficient β_2, à modéliser une régression linéaire pour chaque arbre, en spécifiant la structure de corrélation spatiale SP(POW), puis à additionner la somme des carrés des erreurs (SCE) associée à chaque régression. Le but est donc de faire varier la valeur de β_2 jusqu'à ce que l'on obtienne la somme minimale des SCE.

1.5.4 Équation des proportions de volume à longueur variable d'utilisation

Afin de pouvoir prédire le volume à différentes hauteurs, l'équation suivante a été modélisée :

$$R_h = 1 + \beta_1 \left(\frac{H-h}{H} \right)^{\beta_2}$$

où R_h est le volume à une certaine hauteur divisé par le volume total (V_h / V_{tot}) et h est la hauteur à laquelle le volume V_h a été mesuré. La variable H représente la hauteur totale de l'arbre. Notons que les variables H et h sont mesurées à partir du sol mais que les volumes sont estimés à partir de la souche, soit à 15 cm au-dessus du sol. La méthode utilisée est la même que pour les équations de volume à diamètre variable d'utilisation (section 1.5.3).

1.5.5 Validation des modèles

Afin de s'assurer de la fiabilité des équations obtenues, une évaluation a été effectuée en utilisant la méthode de la statistique PRESS (Green 1983). Cette méthode consiste à enlever un arbre de la banque de données puis à refaire toutes les étapes pour trouver le modèle final. On calcule ensuite la valeur prédite par ce modèle pour l'observation qui a été enlevée puis on y soustrait la vraie valeur pour obtenir un résidu. La validation a été effectuée sur les 235 arbres pour lesquels le DHP et la hauteur des tiges dominantes (200 plus hautes tiges à l'hectare) étaient connus (voir section 2.1). On refait les même étapes pour chaque observation puis on effectue finalement la moyenne quadratique des 235 résidus. On obtient alors une valeur comparable à la racine du MSE d'une régression. Cette valeur équivaut sensiblement à l'écart moyen autour des valeurs prédites par le modèle. Si l'on prend simplement la moyenne des résidus, on obtient une sorte de biais qui permet d'identifier si les modèles ont tendance à surestimer ou à sous-estimer les volumes.

Résultats

2.1 Choix d'un modèle de prédiction du volume

Le choix d'un modèle de prédiction du volume est fait parmi les huit modèles présentés à la section 1.5.1. Le tableau 3 présente les résultats obtenus pour ces huit modèles.

Les modèles M1, M4, M5 et M7 semblent les meilleurs puisqu'ils possèdent les SCR et ETR les plus bas de même que les R^2 les plus élevés. Toutefois, puisque le coefficient β_0 du modèle M5 n'est pas significatif, on peut conclure que ce modèle est équivalent au modèle M7, ce qui signifie que le choix se fera parmi les modèles M1, M4 et M7. Le graphique des résidus en fonction des valeurs prédites de chacun de ces trois modèles a montré que l'hypothèse d'homogénéité de la variance n'était pas respectée. Pour pallier à ce problème, la pondération $(1/D^2H)^{1.25}$ a été appliquée à chaque modèle. Par la suite, les hypothèses semblaient valides pour les trois modèles, mais étant donné que le modèle M4 est plus facile à modéliser en raison de sa forme linéaire, c'est ce dernier qui a été sélectionné pour prédire le volume total. Il s'agit d'ailleurs du modèle le plus souvent retenu par le passé pour les tarifs de cubage en plantation au Québec.

Tableau 3

Comparaison des huit modèles de prédiction du volume total avec écorce

Modèles	Degrés de liberté	Somme des carrés des résidus	Écart-type résiduel (dm^3 / tige)	R^2 (%)
M1 : $V = \beta_0 + \beta_1 (DHP^2 \times H)$	402	61 025	12,3209	0,9875
M2 : $V = \beta_0 + \beta_1 (DHP^2)$	402	359 587	29,9081	0,9264
M3 : $V = \beta_0 + \beta_1 (DHP) + \beta_2 (DHP^2)$	401	296 170	27,1768	0,9394
M4 : $V = \beta_0 + \beta_1 (DHP \times H) + \beta_2 (DHP^2 \times H)$	401	48 105	10,9527	0,9902
M5 : $V = \beta_0 + \beta_1 (DHP)^{\beta_2} (H)^{\beta_3}$	400	37 615	9,6972	0,9923
M6 : $V = \beta_0 + \beta_1 (DHP)^{\beta_2}$	401	264 562	25,6857	0,9459
M7 : $V = \beta_1 (DHP)^{\beta_2} (H)^{\beta_3}$	401	37 863	9,7171	0,9923
M8 : $V = \beta_1 (DHP)^{\beta_2}$	402	268 881	25,8623	0,9450

2.2 Relation DHP et diamètre à hauteur de souche

Lors d'études réalisées après une coupe, il peut être utile de connaître la relation entre de DHP et le diamètre à hauteur de souche. On peut ainsi reconstituer les caractéristiques du peuplement avant la coupe.

La régression linéaire suivante a été retenue :

$$\widehat{DHP} = -0,57 + 0,8565\,(DHS) \qquad [1]$$

Avec
écart : $\hat{\sigma} = 0,79$ cm
coefficient de détermination : $R^2 = 0,984$

où

$\widehat{DHP}$: DHP prédit (cm)
DHS : Diamètre à hauteur de souche sur écorce (cm)

2.3 Relations hauteur et DHP

La hauteur d'un arbre est une mesure plus difficile et plus coûteuse à obtenir que le DHP. Ainsi, il est utile d'élaborer des modèles de prédiction de la hauteur d'un arbre pour pallier à l'absence de cette variable dans certains inventaires.

Le premier modèle permet de prédire la hauteur en fonction du DHP seulement.

$$\hat{H} = 1,3 + 149,2554\left(1 - e^{(-0,0054897DHP)}\right)^{1,09839} \qquad [2]$$

Avec
écart : $\hat{\sigma} = 0,129$ m
coefficient de détermination : $R^2 = 0,906$

Ce modèle ne dépend que d'une seule variable explicative, soit le DHP. Ainsi, une seule valeur de hauteur peut-être associée à un DHP donné avec ce type de modèle. Ceci est très limitatif car pour une hauteur donnée, le DHP n'est pas constant; il peut varier notamment selon la densité de reboisement, le taux de survie, la nature des éclaircies ou le climat. En conséquence, la mise au point de modèles plus performants est importante.

Contrairement au tarif de cubage de l'Épinette noire (*Prégent et al.* 1996), des modèles distincts selon les zones écologiques n'ont pu être élaborés. La forme des tiges de Pin gris pourrait varier moins selon les zones écologiques que l'Épinette noire. Néanmoins,le modèle suivant qui comprend la hauteur et le DHP des arbres dominants (soit des 200 plus hautes tiges à l'hectare), a permis d'améliorer la prédiction de la hauteur :

$$\hat{H} = 1,3 + \left[(H_D - 1,3) \times \left(e^{2,75993 \times \left(\left(\frac{1}{DHP}\right) - \left(\frac{1}{DHP_D}\right)\right)}\right)\right] \qquad [3]$$

Avec
écart : $\hat{\sigma} = 0,0727$ m
coefficient de détermination : $R^2 = 0,969$

où

$\hat{H}$: Hauteur totale prédite (m)
DHP : Diamètre à hauteur de poitrine (cm)
H_D : Hauteur moyenne des dominants (200 plus hautes tiges à l'hectare (m))
DHP_D : DHP des dominants (200 plus hautes tiges à l'hectare (cm))

Malgré la disponibilité de ces modèles, il sera plus précis d'utiliser la hauteur mesurée plutôt que celle prédite dans les modèles de prédiction des volumes qui suivront. C'est d'ailleurs la hauteur mesurée qui a servi à élaborer ces modèles.

Il faut rappeler que les relations entre la hauteur, le DHP et les volumes avec et sans écorce ont été résolues à l'aide d'un système d'équations simultanées.

2.4 Tarif de cubage

Les équations retenues pour estimer le volume total avec et sans écorce sont les suivantes :

$$\hat{V}aé = 0,153518 + 0,066125\,(DHP \times H) + 0,034064\,(DHP^2 \times H) \qquad [4]$$

Avec
écart : $\hat{\sigma} = 0,529$ dm^3
coefficient de détermination : $R^2 = 0,994$

$$\hat{V}sé = 0,128992 + 0,017232\,(DHP \times H) + 0,032820\,(DHP^2 \times H) \qquad [5]$$

Avec
écart : $\hat{\sigma} = 0,547$ dm^3
coefficient de détermination : $R^2 = 0,992$

où

$\hat{V}aé$: Volume total prédit avec écorce (dm^3/tige)

$\hat{V}sé$: Volume total prédit sans écorce (dm^3/tige)
DHP : Diamètre à hauteur de poitrine (cm)
H : Hauteur totale (m)

Afin de stabiliser la variance, les régressions ont été pondérées par le facteur $(1/DHP^2)$. L'ajustement de ces modèles est excellent. Des graphiques ont permis de vérifier que le système d'équations (hauteur en fonction du DHP et volume total avec et sans écorce en fonction de la hauteur et du DHP) modélise bien les observations de chacune des zones écologiques (feuillue, mixte et boréale). En conséquence, il n'est pas nécessaire avec ces données de construire des modèles particuliers à chacune des zones.

Des graphiques décrivant les deux modèles précédents sont présentés aux figures 3 et 4. Il s'agit d'un tarif de cubage à deux entrées puisque le DHP et la hauteur sont nécessaires pour prédire le volume. Les annexes A et B représentent les modèles de prédiction du volume total avec écorce et sans écorce respectivement. Il s'agit d'une autre façon de représenter le tarif de cubage.

2.5 Tarif de cubage à diamètre variable d'utilisation

Les tarifs de cubage classiques permettent de prédire le volume total ainsi que le volume de la portion marchande d'une tige. Au Québec, le volume marchand est évalué jusqu'à une découpe de 9 cm de diamètre avec écorce au bout apical. Le tarif de cubage à diamètre variable permettra d'estimer en plus du volume marchand, les volumes associés à différents diamètres au bout apical.

2.5.1 Volume avec écorce

La première étape consiste à déterminer le coefficient β_2 de l'équation présentée à la section 1.5.3. La valeur 3,65 fut la plus appropriée. L'équation pour la prédiction du volume avec écorce à un diamètre variable est donc:

$$RR = \beta_1 DD \text{ où DD correspond à } \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3.65}$$

La valeur du coefficient étant fixée, l'étape suivante consiste à modéliser la régression linéaire pour chaque arbre en tenant compte de la corrélation de type SP(POW) entre les observations. La procédure MIXED de SAS a permis d'obtenir la valeur -0,62836855 pour le paramètre β_1 avec une valeur pour l'écart-type résiduel de 0,05788. L'équation devient donc :

$$\hat{R}_d = \frac{Vaé_d}{Vaé} = 1 - 0{,}62836855 \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3.65} \qquad [6]$$

L'équation [6] permettant de prédire la proportion de volume avec écorce en fonction du DHP et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical est présentée à l'annexe C.

Le volume avec écorce à un certain diamètre au bout apical ($Vaé_d$) peut être calculé en multipliant l'équation [6] par le volume total obtenu par le système d'équations simultanées (équation [4]). On peut donc prédire le volume avec écorce d'un arbre à un diamètre donné à partir de la formule suivante :

$$\hat{V}aé_d = \hat{V}aé \left[1 - 0{,}62836855 \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3.65} \right] \qquad [7]$$

où

$\hat{V}aé_d$: Volume avec écorce prédit pour un diamètre minimal au bout apical «d» (dm^3/tige)
$\hat{V}aé$: Volume total avec écorce prédit (dm^3/tige)
d : Diamètre minimal au fin bout sur écorce (cm)
DHP : Diamètre à hauteur de poitrine (cm)

2.5.2 Volume sans écorce

La démarche réalisée pour le volume avec écorce a été reprise mais cette fois-ci à partir du volume sans écorce. Tout d'abord, le coefficient β_2 le plus approprié se situe à 3,2; ainsi, la régression linéaire modélisée pour chacune des 314 tiges correspondait à :

$$RR = \beta_1 DD \text{ où DD correspond à } \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3.2}$$

La méthode de la régression à coefficients variables permet d'obtenir la valeur -0,64256386 pour le paramètre β_1 (écart type résiduel = 0,0508).

Ainsi, la proportion de volume sans écorce peut être prédite à l'aide de l'équation suivante :

$$\hat{R}_d = \frac{Vsé_d}{Vsé} = 1 - 0{,}64256386 \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3.2} \qquad [8]$$

L'abaque de l'annexe D décrit cette relation.

Figure 3

Volume total avec écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale.

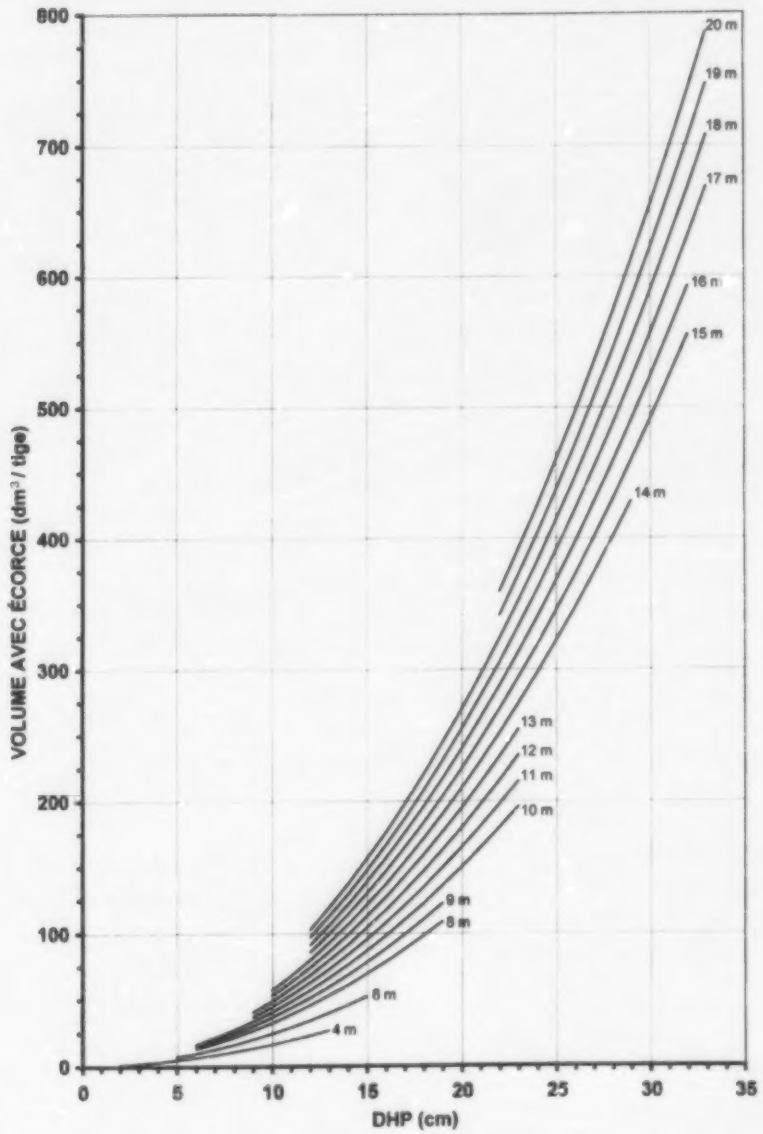
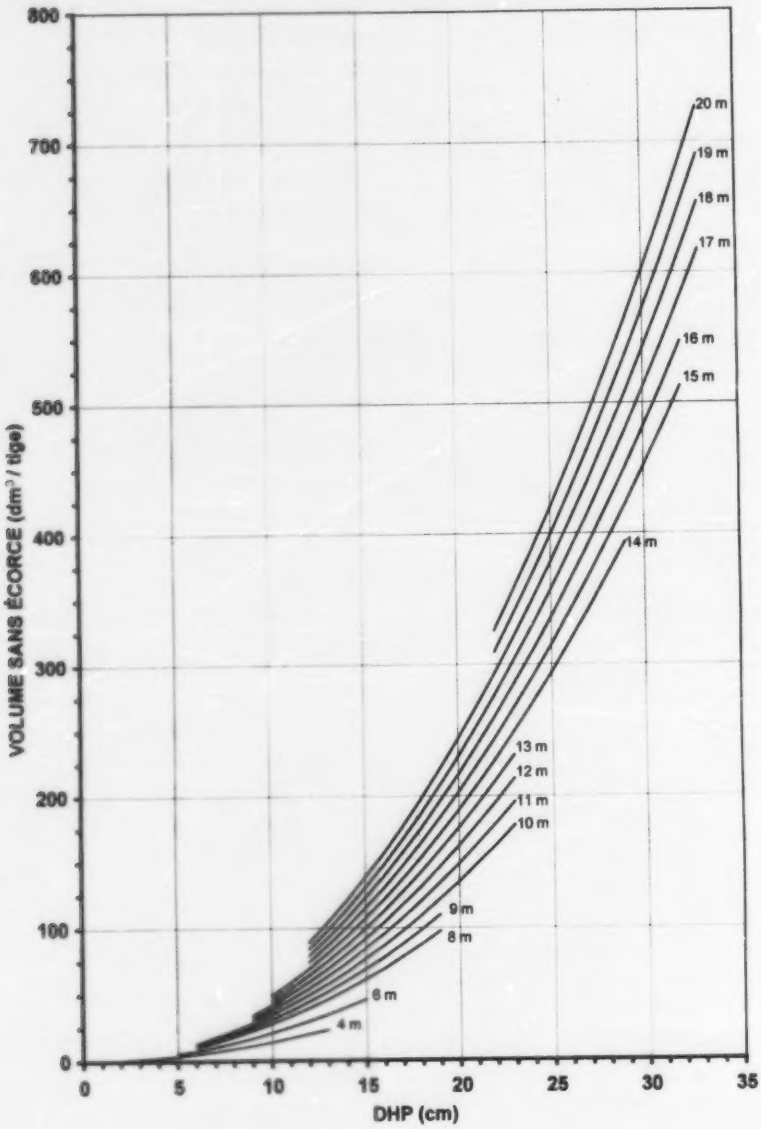


Figure 4

Volume total sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale.



L'équation pour estimer le volume sans écorce selon le diamètre minimal au bout apical est la suivante :

$$\hat{V}sé_d = \hat{V}sé\left[1 - 0{,}64256386\left(\frac{d}{DHP}\right)^{3{,}2}\right] \quad [9]$$

où

$\hat{V}sé_d$: Volume sans écorce prédit pour un diamètre minimal au bout apical «d» (dm^3/tige)
$\hat{V}sé$: Volume total sans écorce prédit (dm^3/tige)
d : Diamètre minimal au fin bout sur écorce (cm)
DHP : Diamètre à hauteur de poitrine (cm)

La figure 5 illustre quelques exemples de prédiction de volume sans écorce en fonction du DHP, de la hauteur de l'arbre et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical. Le volume marchand (diamètre minimal au bout apical de 9 cm) est présenté à la figure 6 et à l'annexe E.

2.6 Tarif de cubage à longueur variable d'utilisation

2.6.1 Volume avec écorce

Une première équation a été construite à partir du volume avec écorce des 314 tiges. Puisque la méthode de régression à coefficients variables nécessite la modélisation de régressions de type linéaire, le coefficient β_2 a été fixé à 2,64 selon la méthode décrite à la section 2.5.

De cette façon, la nouvelle variable $HH = ((H - h)/H)^{2{,}64}$ fut donc créée puis, en considérant $RR = (R_h - 1)$ l'équation, auparavant non linéaire, devient linéaire sans ordonnée à l'origine.

$$RR = \beta_1 HH$$

Cette équation a été modélisée séparément pour chacune des 314 tiges en spécifiant la structure de corrélation SP(POW) dans la procédure MIXED de SAS. Ensuite, la méthode de régression à coefficients variables a permis d'estimer le coefficient β_1 du modèle final (écart type résiduel = 0,0301).

La proportion de volume avec écorce en fonction de la hauteur totale de l'arbre et de la longueur rejetée à l'extrémité de la tige (H-h) est décrite par la fonction suivante :

$$\hat{R}_h = \frac{Vaé_h}{Vaé} = 1 - 1{,}04121839\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}64} \quad [10]$$

L'abaque de l'annexe F illustre cette fonction.

À partir de cette équation et de l'équation permettant de prédire le volume total avec écorce (équation [4]), le volume avec écorce d'une portion de tige peut être évalué avec la formule suivante :

$$\hat{V}aé_h = \hat{V}aé\left[1 - 1{,}04121839\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}64}\right] \quad [11]$$

où

$\hat{V}aé_h$: Volume avec écorce prédit pour une portion de tige jusqu'à la hauteur «h» (dm^3/tige)
$\hat{V}aé$: Volume total avec écorce prédit (dm^3/tige)
H : Hauteur totale (m)
h : Hauteur de la découpe (m) (où $h \geq 0{,}15$ m)

À l'intérieur de l'annexe F, la longueur rejetée à l'extrémité apicale désigne « H-h » afin de simplifier la présentation des résultats.

2.6.2 Volume sans écorce

Les mêmes étapes ont été recommencées avec le volume sans écorce et le coefficient β_2 atteint 2,66. L'équation utilisée pour estimer le paramètre possédait un écart-type résiduel ($\sqrt{MSE}$) de 0,0263.

La proportion du volume sans écorce en fonction de la hauteur de la tige et de la hauteur de la découpe est décrite ainsi :

$$\hat{R}_h = \frac{Vsé_h}{Vsé} = 1 - 1{,}04609465\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}66} \quad [12]$$

L'abaque de l'annexe G permet d'obtenir directement la proportion de volume pour certaines hauteurs et longueurs rejetées à l'extrémité apicale de la tige.

Le modèle final obtenu pour prédire le volume sans écorce à une certaine hauteur ($Vsé_h$) est :

$$\hat{V}sé_h = \hat{V}sé\left[1 - 1{,}04609465\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}66}\right] \quad [13]$$

où

$\hat{V}sé_h$: Volume sans écorce prédit pour une portion de tige jusqu'à la hauteur «h» (dm^3/tige)
$\hat{V}sé$: Volume total sans écorce prédit (dm^3/tige)
H : Hauteur totale (m)
h : Hauteur de la découpe (m) (où $h \geq 0{,}15$ m)

La figure 7 illustre le volume sans écorce pour quelques hauteurs, DHP et longueurs rejetées à l'extrémité de la tige.

Figure 5

Volume sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DPH, de la hauteur totale et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical.

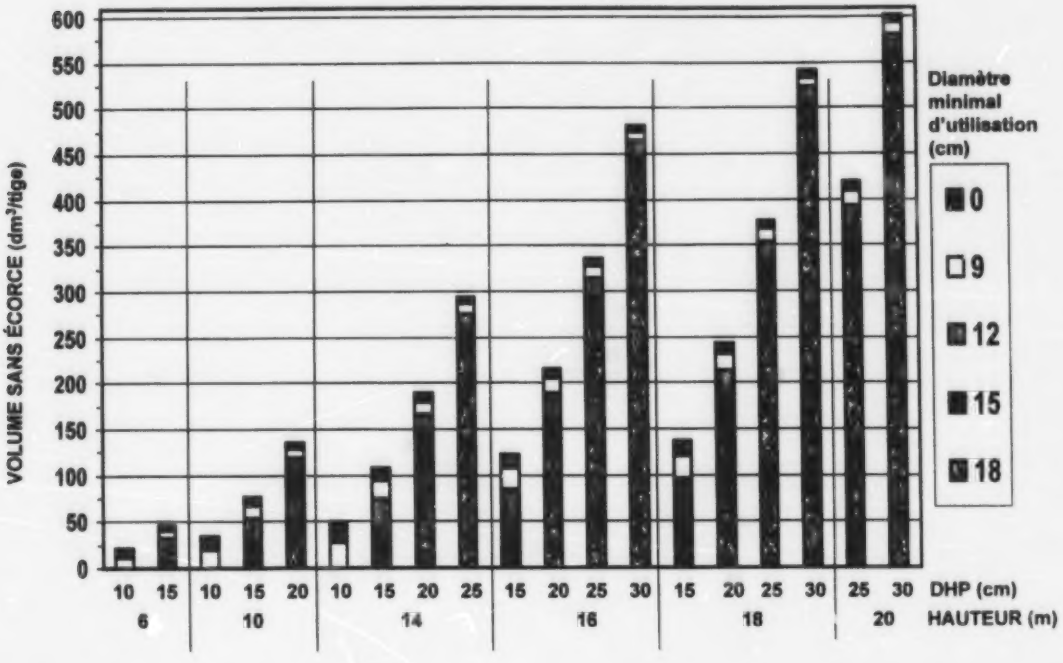


Figure 6

Volume marchand d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale.

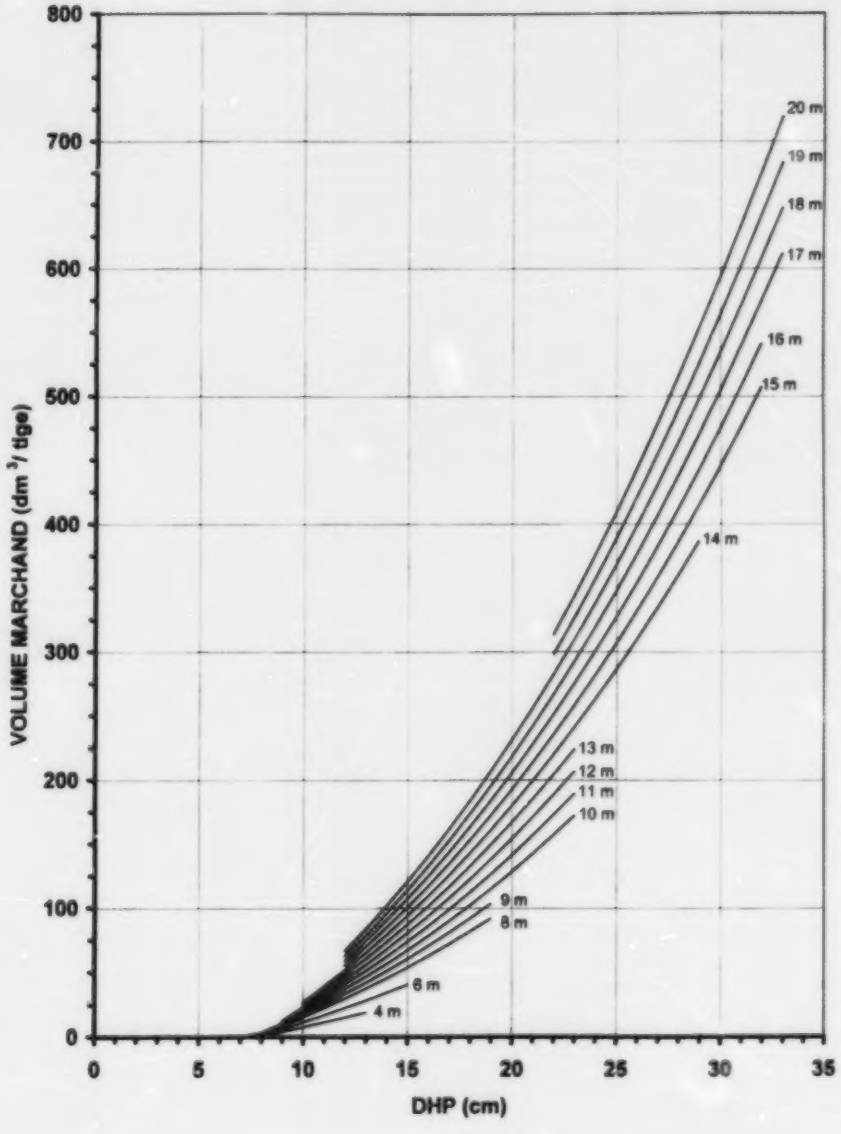


Figure 7

Volume sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP, de la hauteur totale et de la longueur apicale rejetée.

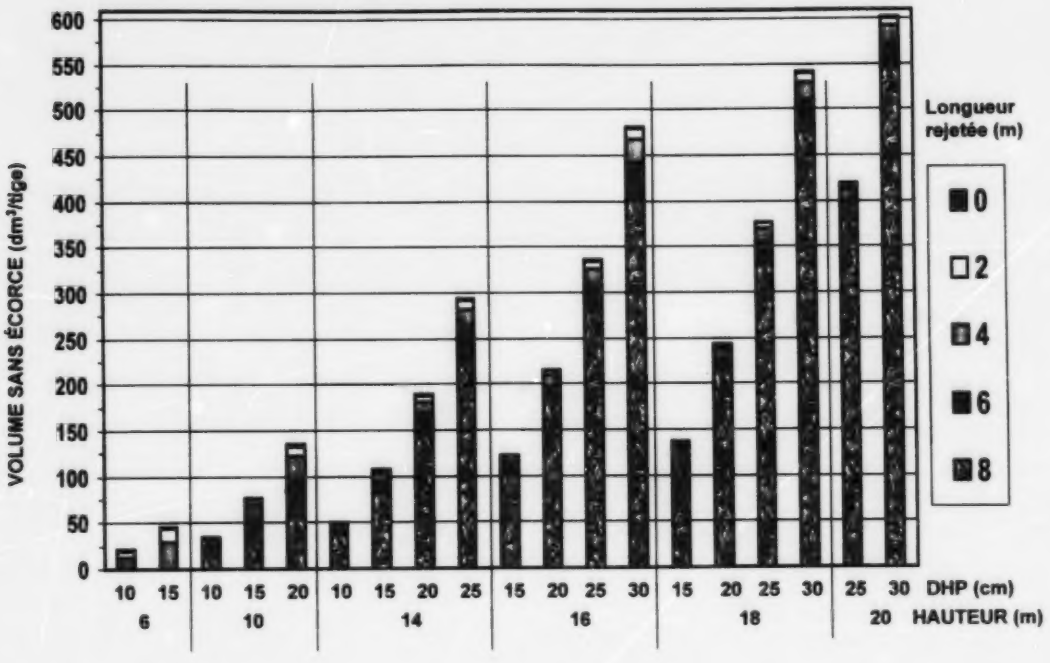
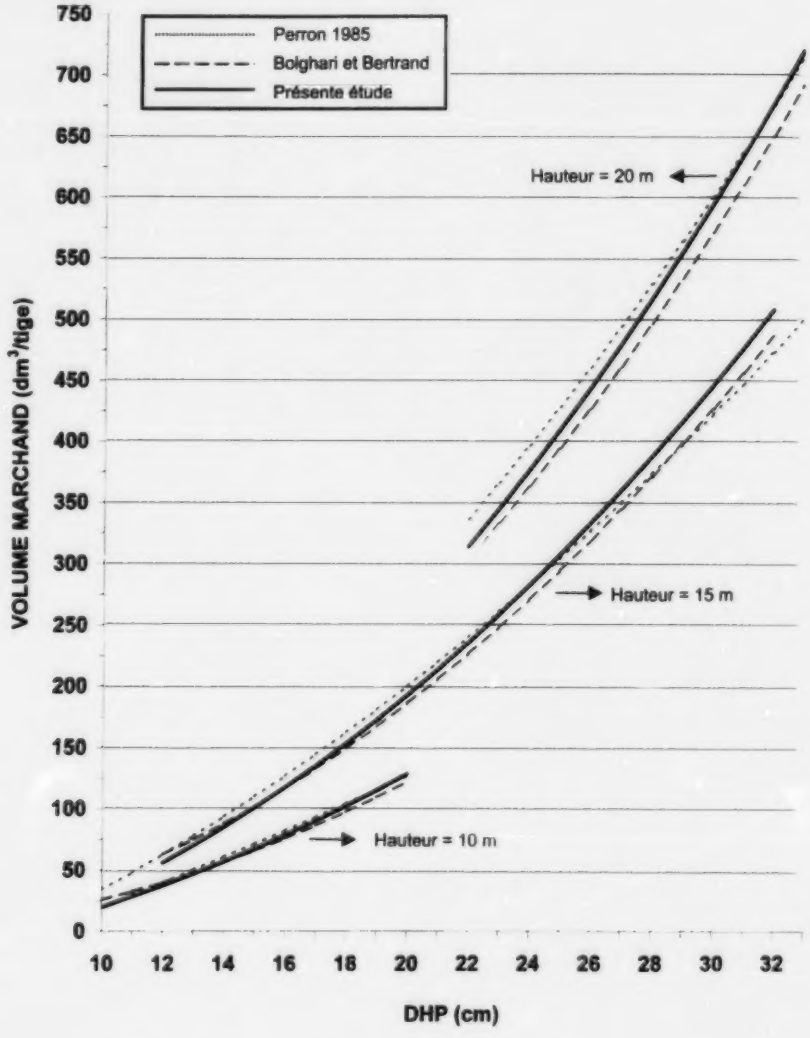


Figure 8

Comparaison du volume marchand prédit
avec les tarifs de cubage de Perron (1985)
et de Bolghari et Bertrand pour trois hauteurs d'arbre.



Discussion

3.1 Validation des modèles

La validation des modèles réalisée à l'aide de la statistique PRESS (Green 1983) montre un biais généralement négatif pour les modèles à diamètre et à hauteur variables indiquant ainsi une surestimation dans la prédiction des volumes (tableau 4). L'écart-type de prédiction est plus grand pour les modèles à diamètre variable que pour ceux à hauteur variable. En utilisant la hauteur estimée à l'aide de l'équation [3], l'erreur de prédiction varie entre 21 et 23 % dans le premier cas alors qu'elle varie de 15 à 16 % dans le second cas. Avec la hauteur réellement mesurée, l'erreur de prédiction est plus faible. Elle est de 20 % pour les modèles à diamètre variable et de 12 % pour les modèles à hauteur variable. Les erreurs de prédiction sont du même ordre de grandeur que celles observées par Fonweban et Houllier (1997) sur *Eucalyptus saligna*.

La validation des modèles a été étudiée plus en profondeur afin de détecter les situations où les modèles performent moins bien. Les résultats ont montré que pour les modèles utilisés avec un diamètre variable, plus on prédit un volume à un diamètre élevé, plus l'erreur associée à la prédiction augmente. Cette situation s'explique par le fait que plus on s'approche de la souche, plus la forme de la tige est variable et plus la précision de la prédiction diminue. Pour le modèle à hauteur variable, la précision semble constante le long de la tige.

3.2 Comparaison avec les tarifs de cubage de Perron (1985) et de Bolghari et Bertrand

Le volume marchand prédit à l'aide du tarif de la présente étude s'apparente beaucoup à celui des tarifs de Perron (1985) et Bolghari et Bertrand (figure 8).

Les volumes marchands prédits avec le tarif de Perron sont supérieurs à celui de la présente étude pour les tiges plus cylindriques (c'est-à-dire pour les tiges de plus faible diamètre pour une longueur donnée). Pour les tiges plus coniques, soit celles ayant un fort DHP pour une longueur donnée, le tarif de Perron prédit des volumes inférieurs à ceux de la présente étude, ces différences étant notables surtout pour les arbres de hauteur moyenne (15 m) (figure 8).

Le tarif de Bolghari et Bertrand (document non publié)[1] diffère de celui de la présente étude surtout pour les tiges plus coniques. Les différences les plus fortes sont observées pour les arbres de plus grande taille (20 m). Toutefois, ces différences de volume sont inférieures à 4 %.

[1] Tarif de Bolghari et Bertrand : $Vm = -6{,}35 + 0{,}03202\,(DHP^2 \times H)$

Tableau 4

Validation pour chacun des modèles de prédiction du volume

Modèle	Biais	Écart-type de prédiction	Volume moyen *
Vaé pour un diamètre variable	- 5,77	26,36	121,95
Vsé pour un diamètre variable	- 5,51	25,23	109,51
Vaé pour une hauteur variable	- 2,83	18,04	121,95
Vsé pour une hauteur variable	- 3,00	17,47	109,51

* Les volumes moyens diffèrent de ceux du tableau 1 car la validation a été faite sur un sous-ensemble de l'échantillon

3.3 Exemples d'utilisation

Afin de présenter certaines applications potentielles du tarif de cubage et d'en faciliter l'utilisation, quelques exemples sont présentés ci-après.

3.3.1. Calcul du volume total avec écorce

Quel est le volume total avec écorce d'une tige de 16 m de hauteur et de 20 cm de DHP?

Solution : selon l'équation [4]

$$\hat{V}aé = 0,153518 + 0,066125 (DHP \times H) + 0,034064 (DHP^2 \times H)$$
$$= 0,153518 + 0,066125 (20 \times 16) + 0,034064 (20^2 \times 16)$$
$$= 0,153518 + 21,16 + 218,0096$$
$$= 239,3 \text{ dm}^3$$

Le même résultat peut être obtenu avec la figure 3 ou l'annexe A. Si la hauteur mesurée n'était pas disponible, celle-ci pourrait être estimée à l'aide de l'équation [2] ou de l'équation [3]. Si le DHP ne peut être mesuré (après une coupe par exemple), il peut être estimé à partir du diamètre à hauteur de souche à l'aide de l'équation [1].

3.3.2 Calcul du volume total sans écorce

Quel est le volume total sans écorce d'une tige de 16 m de hauteur et de 20 cm de DHP?

Solution : selon l'équation [5]

$$\hat{V}sé = 0,128992 + 0,017232 (DHP \times H) + 0,03282 (DHP^2 \times H)$$
$$= 0,128992 + 0,017232 (20 \times 16) + 0,03282 (20^2 \times 16)$$
$$= 0,128992 + 5,51424 + 210,048$$
$$= 215,7 \text{ dm}^3$$

Le même résultat peut être obtenu avec la figure 4 ou l'annexe B. Si la hauteur mesurée n'était pas disponible, celle-ci pourrait être estimée à l'aide de l'équation [2] ou de l'équation [3]. Si le DHP ne peut être mesuré (après une coupe par exemple), il peut être estimé à partir du diamètre à hauteur de souche à l'aide de l'équation [1].

3.3.3 Calcul du volume d'écorce

Quel est le volume d'écorce d'une tige de 16 m de hauteur et de 20 cm de DHP?

$$\hat{V}écorce = \hat{V}aé - \hat{V}sé$$
$$= 239,3 - 215,7$$
$$= 23,6 \text{ dm}^3$$

Les volumes avec écorce (Vaé) et sans écorce (Vsé) proviennent des deux exemples précédents.

3.3.4 Calcul du volume avec écorce pour un diamètre fixé au bout apical.

Quel est le volume avec écorce d'une tige de 16 m de hauteur, de 20 cm de DHP et un diamètre au bout apical de 12 cm ?

Solution : selon l'équation [7]

$$\hat{V}aé_{12cm} = \hat{V}aé \left[1 - 0,62836855 \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3,65} \right]$$
$$= 239,3 \left[1 - 0,62836855 \left(\frac{12}{20} \right)^{3,65} \right]$$
$$= 239,3 [0,9026]$$
$$= 216,0 \text{ dm}^3$$

Le volume total avec écorce avait été calculé en 3.3.1. La proportion de volume (0,9026) aurait pu être obtenue à l'aide de l'équation [6] ou encore de l'annexe C.

3.3.5 Calcul du volume sans écorce pour un diamètre fixé au bout apical

Quel est le volume sans écorce d'une tige de 16 m de hauteur, de 20 cm de DHP et un diamètre au bout apical de 12 cm ?

Solution : Selon l'équation [9]

$$\hat{V}sé_{12cm} = \hat{V}sé \left[1 - 0,64256386 \left(\frac{d}{DHP} \right)^{3,2} \right]$$
$$= 215,7 \left[1 - 0,64256386 \left(\frac{12}{20} \right)^{3,2} \right]$$
$$= 215,7 [0,8747]$$
$$= 188,7 \text{ dm}^3$$

Le volume total sans écorce avait été calculé en 3.3.2. La proportion de volume (0,8747) aurait pu être obtenue par l'équation [8] ou l'annexe D. La figure 5 aurait également permis d'obtenir la réponse directement.

3.3.6 Calcul du volume d'écorce pour un diamètre fixé au bout apical

Quel est le volume d'écorce d'une tige de 16 m de hauteur, de 20 cm de DHP et un diamètre au fin bout de 12 cm?

Solution : soustraire les réponses des deux exemples précédents.

$$\hat{V}écorce = 216,0 - 188,7$$
$$= 27,3\ dm^3$$

3.3.7 Calcul du volume marchand brut

Quel est le volume marchand d'une tige de 16 m de hauteur et de 20 cm de DHP?

Le volume marchand correspond à un volume sans écorce pour un diamètre au fin bout de 9 cm. Il s'agit d'un exemple analogue à 3.3.5.

Solution : selon l'équation [9]

$$\hat{V}sé_{9cm} = \hat{V}sé\left[1 - 0,64256386\left(\frac{d}{DHP}\right)^{3,2}\right]$$
$$= 215,7\left[1 - 0,64256386\left(\frac{9}{20}\right)^{3,2}\right]$$
$$= 215,7\,[\,0,9501]$$
$$= 204,9\ dm^3$$

La proportion de volume (0,9501) aurait pu être obtenue par l'équation [8] ou par l'annexe D. Le volume marchand aurait pu être obtenu par les figures 5 ou 6 ainsi que par l'annexe E.

3.3.8 Calcul du volume sans écorce entre deux diamètres fixés

Quel est le volume sans écorce du billon compris entre un diamètre de 12 cm et de 9 cm pour une tige de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : Le volume sans écorce de la souche jusqu'à une découpe de 12 cm au fin bout a été trouvé en 3.3.5. Le volume jusqu'à la découpe de 9 cm a été trouvé en 3.3.7. Le volume contenu dans le billon entre 9 et 12 cm de diamètre s'obtient par la différence entre ces deux résultats.

$$Vsé_{9-12cm} = 204,9 - 188,7$$
$$= 16,2\ dm^3$$

Le volume avec écorce ou le volume d'écorce entre deux diamètres donnés auraient également pu être déterminés.

3.3.9 Calcul du volume avec écorce pour une longueur fixée de billon

Quel est le volume avec écorce d'un billon de 11,85 m prélevé sur un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution: Étant donné la hauteur de souche de 0,15 m, un billon de 11,85 m correspond à une hauteur « h » de 12 m. L'équation [11] permet d'obtenir la réponse.

$$\hat{V}aé_{12m} = \hat{V}aé\left[1 - 1,04121839\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2,64}\right]$$
$$= 239,3\left[1 - 1,04121839\left(\frac{16-12}{16}\right)^{2,64}\right]$$
$$= 239,3\,[\,0,9732]$$
$$= 232,9\ dm^3$$

Le volume total avec écorce avait été calculé en 3.3.1. La proportion de volume (0,9732) aurait pu être obtenue à l'aide de l'équation [10] ou encore de l'annexe F.

3.3.10 Calcul du volume sans écorce pour une longueur fixée de billon

Quel est le volume sans écorce d'un billon de 11,85 m prélevé sur un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : Compte tenu de la hauteur de souche, un billon de 11,85 m correspond à une hauteur « h » de 12 m. L'équation [13] permet d'obtenir la réponse.

$$\hat{V}sé_{12m} = \hat{V}sé\left[1 - 1{,}04609465\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}66}\right]$$

$$= 215{,}7\left[1 - 1{,}04609465\left(\frac{16-12}{16}\right)^{2{,}66}\right]$$

$$= 215{,}7\,[\,0{,}9738]$$

$$= 210{,}1\ dm^3$$

Le volume total sans écorce avait été calculé en 3.3.2. La proportion de volume (0,9738) aurait pu être obtenue à l'aide de l'équation [12] ou de l'annexe G.

3.3.11 Calcul du volume d'écorce pour une longueur fixée de billon

Quel est le volume d'écorce d'un billon de 11,85 m prélevé sur un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : il s'agit de soustraire les réponses obtenues en 3.3.9 et 3.3.10.

$$\text{Vécorce} = \hat{V}aé_{12m} - \hat{V}sé_{12m}$$

$$= 232{,}9 - 210{,}1$$

$$= 22{,}8\ dm^3$$

3.3.12 Calcul du volume sans écorce entre deux hauteurs fixées

Quel est le volume sans écorce d'un billon situé entre 3 et 12 m de hauteur prélevé sur un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : Le volume sans écorce de la souche jusqu'à une hauteur de 12 m (soit un billon de 11,85 m compte tenu de la hauteur de souche de 0,15 m) a été calculé en 3.3.10. Il reste à calculer le volume de la souche jusqu'à une hauteur de 3 m et à soustraire les deux résultats.

$$\hat{V}sé_{3-12m} = \hat{V}sé_{12m} - \hat{V}sé_{3m}$$

$$= 210{,}1 - \hat{V}sé\left[1 - 1{,}04609465\left(\frac{16-3}{16}\right)^{2{,}66}\right]$$

$$= 210{,}1 - 215{,}7[\,0{,}3979\,]$$

$$= 210{,}1 - 85{,}8$$

$$= 124{,}3\ dm^3$$

Le volume avec écorce et le volume d'écorce entre deux hauteurs sur la tige auraient également pu être calculés.

3.3.13 Calcul de la longueur de billon correspondant à un diamètre fixé au bout apical

À quelle hauteur sur la tige correspond un diamètre de 9 cm au fin bout pour un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : Le volume du billon a été calculé en 3.3.7. Il s'agit du volume marchand brut dans ce cas-ci, car le diamètre au bout apical est de 9 cm. Il reste à trouver la hauteur « h » sur cette tige qui permet d'obtenir le volume trouvé en 3.3.7 à partir de l'équation [13]. Le volume total sans écorce (215,7 dm^3) a été calculé en 3.3.2.

$$\hat{V}sé\left[1 - 1{,}04609465\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}66}\right] = 204{,}9\ dm^3$$

$$215{,}7\left[1 - 1{,}04609465\left(\frac{16-h}{16}\right)^{2{,}66}\right] = 204{,}9$$

$$1 - 1{,}04609465\left(\frac{16-h}{16}\right)^{2{,}66} = \frac{204{,}9}{215{,}7}$$

$$-1{,}04609465\left(\frac{16-h}{16}\right)^{2{,}66} = 0{,}94993 - 1$$

$$\left(\frac{16-h}{16}\right)^{2{,}66} = \frac{-0{,}050069}{-1{,}04609465}$$

$$\frac{16-h}{16} = (0{,}0478633)^{\frac{1}{2{,}66}}$$

$$16 - h = 16 \times 0{,}318976$$

$$-h = 5{,}1036 - 16$$

$$h = 10{,}90\,m$$

La hauteur « h » à laquelle correspond un diamètre au fin bout de 9 cm pour une tige de 16 m de hauteur et de 20 cm de DHP est de 10,90 m. Compte tenu de la hauteur de souche de 0,15 m, le billon serait de 10,75 m de longueur.

3.3.14 Calcul du diamètre au fin bout pour une longueur fixée de billon

Quel diamètre au bout apical correspond une longueur de billon de 11,85 m pour un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : La hauteur de souche se situant à 0,15 m, un billon de 11,85 m correspond à une hauteur « h » de 12 m. Le volume de ce billon (210,1 dm^3) a été calculé en 3.3.10. Il reste à trouver le diamètre au fin bout « d » qui permet d'obtenir ce volume à partir de l'équation [9]. Le volume total sans écorce (215,7 dm^3) ayant été trouvé en 3.3.2.

$$\hat{V}sé\left[\,1 - 0{,}64256386\left(\frac{d}{DHP}\right)^{3{,}2}\right] = 210{,}1\ dm^3$$

$$215{,}7\left[\,1 - 0{,}64256386\left(\frac{d}{20}\right)^{3{,}2}\right] = 210{,}1$$

$$1 - 0{,}64256386\left(\frac{d}{20}\right)^{3{,}2} = \frac{210{,}1}{215{,}7}$$

$$-0{,}64256386\left(\frac{d}{20}\right)^{3{,}2} = 0{,}97404 - 1$$

$$\left(\frac{d}{20}\right)^{3{,}2} = \frac{-0{,}02596}{-0{,}64256386}$$

$$\left(\frac{d}{20}\right) = (0{,}040404)^{1/3{,}2}$$

$$\frac{d}{20} = 0{,}36687$$

$$d = 7{,}34\ cm$$

Le diamètre au bout apical est de 7,34 cm pour une longueur de billon de 11,85 m (à 12 m du sol) prélevé sur un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP.

3.3.15 Pertes de volume associées à une hauteur de souche supérieure à 0,15 m

Quel est le volume sans écorce perdu lorsque la hauteur de souche est à 0,50 m au lieu de 0,15 m pour un arbre de 16 m de hauteur et 20 cm de DHP?

Solution : Il s'agit de trouver le volume jusqu'à une hauteur « h » de 0,50 m à partir de l'équation [13]. Le volume total sans écorce de cette tige (215,7 dm^3) a été calculé en 3.3.2.

$$\hat{V}sé_{0,5m} = \hat{V}sé\left[\,1 - 1{,}04609465\left(\frac{H-h}{H}\right)^{2{,}66}\right]$$

$$= 215{,}7\left[\,1 - 1{,}04609465\left(\frac{16-0{,}5}{16}\right)^{2{,}66}\right]$$

$$= 215{,}7\,[\,0{,}03862\,]$$

$$= 8{,}3\ dm^3$$

Pour cet arbre, une perte de 8,3 dm^3 (3,862 %) de volume sans écorce est associée à une surlongueur de souche de 0,35 m. Les pertes en volume avec écorce ou même en volume d'écorce auraient pu également être calculées.

Conclusion

Les tarifs de cubage traditionnels permettent généralement de prédire le volume total sans écorce ainsi que le volume marchand d'une tige en fonction du DHP et de la hauteur d'une tige. En plus de ces paramètres, les modèles mis au point dans cette étude permettent de prédire le volume avec ou sans écorce et même le volume d'écorce jusqu'à n'importe quel diamètre apical ou n'importe quelle hauteur sur la tige. Ils permettent également d'estimer ces volumes entre deux diamètres ou même entre deux hauteurs quelconques sur la tige. Il est également possible de prédire le diamètre apical pour une longueur fixée de billon ou encore de prédire la longueur de billon pour un diamètre fixé au bout apical. Il s'agit donc d'un tarif de cubage très versatile montrant diverses possibilités d'utilisation.

Il s'agit d'un tarif à deux entrées, c'est-à-dire que le volume est prédit en fonction du DHP et de la hauteur totale. En absence de la hauteur mesurée, une estimation peut en être faite à partir de l'un des deux modèles disponibles. De plus, une relation est fournie pour estimer le DHP à partir du diamètre à hauteur de souche. Cette relation est particulièrement utile lors d'inventaires après coupe. Contrairement à l'Épinette noire (Prégent et al. 1996), nous n'avons pu mettre en évidence des différences de forme de tige selon les zones écologiques. L'ajustement des modèles pour la prédiction des volumes totaux avec ou sans écorce est excellent (R^2 > 99 %).

La précision des modèles à hauteur variable est généralement meilleure que celle des modèles à diamètre variable. La plus grande variabilité de la forme de la tige dans la portion située entre la hauteur de souche et la hauteur de poitrine peut expliquer cette différence. Néanmoins, les précisions obtenues dans cette étude s'apparentent à celles obtenues par Fonweban et Houllier (1997) sur *Eucalyptus saligna*.

Le tarif est valable pour des tiges dont le DHP est inférieur à 33 cm et dont la hauteur est inférieure à 20 m. Des études de défilement devront être réalisées sur des tiges supérieures à ces dimensions et le tarif devra être éventuellement réajusté pour en étendre le domaine de validité.

Bibliographie

BÉGIN, J. et F. RAULIER, 1995. *Comparaison de différentes approches, modèles et tailles d'échantillons pour l'établissement de relations hauteur-diamètre locales.* Can. J. For. Res. 25: 1303-1312.

BIGING, G.S., 1985. *Improved estimates of site index curves using a varying-parameter model.* Forest Sci. 31(1): 248-259.

BOLGHARI, H.A. et V. BERTRAND, 1984. *Tables préliminaires de production des principales essences résineuses plantées dans la partie centrale du sud du Québec.* Ministère de l'Énergie et des Ressources, Service de la recherche (Terres et Forêts). Mémoire n° 79. 392 p.

DÉSAULNIERS, G., 1989. *Équation du défilement d'un tronçon : fondement du cubage des arbres en vue du débitage.* Deuxième édition. Ministère de l'Énergie et des Ressources du Québec, Direction de la recherche et du développement. Mémoire n° 69. xv + 91 p.

FONWEBAN, J.N. ET F. HOULLIER, 1997. *Tarifs de cubage et fonctions de défilement pour Eucalyptus saligna au Cameroun.* Annales des Sciences Forestières 54 : 513-528.

GREEN, E.J., 1983. *Evaluating the predictive abilities of regressions with PRESS.* Forest Sci. 29(4): 712-714.

PARDÉ, J. et J. BOUCHON, 1988. *Dendrométrie.* (2e éd.). École Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, Nancy. 328 p.

PERRON, J.-Y., 1985. *Tarif de cubage général - volume marchand brut.* (2e éd.). Ministère de l'Énergie et des Ressources du Québec, Service de l'inventaire forestier. 55 p.

PRÉGENT, G., V. BERTRAND et L. CHARETTE, 1996. *Tables préliminaires de rendement pour les plantations d'Épinette noire au Québec.* Ministère des Ressources naturelles du Québec, Direction de la recherche forestière. Mémoire n° 118. 70 p.

RODA, J.-M. et B. ISSALY, 1998. *Estimation des peupliers sur pied. Un nouvel outil pour déterminer les volumes par catégorie de produits.* Afocel. Informations-Forêt n° 3, fiche n° 572. 6 p.

RONDEUX, J., 1993. *La mesure des arbres et des peuplements forestiers.* Les Presses Agronomiques de Gembloux, Gembloux. xx + 521 p.

SAS INSTITUTE INC., 1993. *SAS/ETS User's guide, Version 6.* (2e éd.) Cary, NC, SAS Institute Inc., 1022 p.

SAUCIER, J.-P., J.-F. BERGERON, P. GRONDIN et A. ROBITAILLE, 1998. *Les régions écologiques du Québec méridional* (3e version) *: un des éléments du système hiérarchique de classification écologique du territoire* mis au point par le ministère des Ressources naturelles du Québec. Supplément de l'Aubelle, février-mars, 12 p.

THIBAUT, A., J. RONDEUX et H. CLAESSENS, 1998. *Tarifs de cubage pour l'Aulne glutineux* [Alnus glutinosa (L.) Gaertn.] *en Belgique méridionale.* Revue Forestière Française 50(3) : 244-250.

UNG, C.-H., 1990. *Tarifs de cubage paramétrés : application à l'Épinette noire de Lebel-sur-Quévillon.* Can. J. For. Res. 20 : 1471-1478.

Annexe A

Abaque de prédiction du volume total (dm^3) avec écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale.

DHP (cm)	HAUTEUR (m)																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	0,7	1,0	1,2																
3	1,2	1,7	2,2																
4	1,8	2,6	3,4																
5	2,5	3,7	4,9	6,1	7,2														
6	3,4	5,0	6,6	8,3	9,9	11,5	13,1	14,8	16,4										
7	4,4	6,5	8,7	10,8	12,9	15,1	17,2	19,3	21,5										
8			11,0	13,7	16,4	19,1	21,8	24,5	27,2										
9			13,6	16,9	20,3	23,6	27,0	30,3	33,7	37,1	40,4								
10			16,4	20,5	24,6	28,6	32,7	36,8	40,8	44,9	49,0	53,0	57,1						
11			19,5	24,4	29,2	34,1	38,9	43,8	48,6	53,5	58,3	63,2	68,0						
12			22,9	28,6	34,3	40,0	45,7	51,4	57,1	62,8	68,5	74,2	79,9	85,6	91,3	97,0	102,7		
13			26,6	33,2	39,9	46,5	53,1	59,7	66,3	72,9	79,6	86,2	92,8	99,4	106,0	112,6	119,2		
14				45,8	53,4	61,0	68,6	76,2	83,8	91,4	99,0	106,6	114,2	121,8	129,4	137,0			
15				52,1	60,7	69,4	78,1	86,7	95,4	104,0	112,7	121,3	130,0	138,7	147,3	156,0			
16						78,4	88,2	97,9	107,7	117,5	127,3	137,1	146,8	156,6	166,4	176,2			
17						87,9	98,9	109,8	120,8	131,8	142,7	153,7	164,7	175,7	186,6	197,6			
18						98,0	110,2	122,4	134,7	146,9	159,1	171,3	183,6	195,8	208,0	220,2			
19						108,6	122,1	135,7	149,2	162,8	176,3	189,9	203,5	217,0	230,6	244,1			
20								149,6	164,6	179,5	194,5	209,4	224,4	239,3	254,3	269,2			
21								164,3	180,7	197,1	213,5	229,9	246,3	262,7	279,1	295,5			
22								179,6	197,5	215,5	233,4	251,3	269,3	287,2	305,2	323,1	341,0	359,0	
23								195,6	215,1	234,6	254,2	273,7	293,3	312,8	332,3	351,9	371,4	391,0	
24												297,1	318,3	339,5	360,7	381,9	403,1	424,3	
25												321,4	344,3	367,2	390,2	413,1	436,1	459,0	
26												346,6	371,4	396,1	420,8	445,6	470,3	495,1	
27												372,8	399,4	426,0	452,7	479,3	505,9	532,5	
28												400,0	428,5	457,1	485,6	514,2	542,7	571,3	
29												428,1	458,6	489,2	519,8	550,3	580,9	611,5	
30													489,8	522,4	555,1	587,7	620,3	653,0	
31													521,9	556,7	591,5	626,3	661,1	695,9	
32													555,1	592,1	629,1	666,1	703,1	740,1	
33															667,9	707,2	746,4	785,7	

Volume total prédit avec écorce = $VT_{ae} = 0,153518 + (0,066125 \times H \times DHP) + (0,034064 \times H \times DHP^2)$

Annexe B

Abaque de prédiction du volume total (dm^3) sans écorce d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale.

DHP (cm)	HAUTEUR (m)																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	0,5	0,6	0,8																
3	0,8	1,2	1,5																
4	1,3	1,9	2,5																
5	1,9	2,8	3,8	4,7	5,6														
6	2,7	4,0	5,3	6,6	7,8	9,1	10,4	11,7	13,0										
7	3,6	5,3	7,0	8,8	10,5	12,2	14,0	15,7	17,4										
8			9,1	11,3	13,6	15,8	18,0	20,3	22,5										
9			11,4	14,2	17,0	19,8	22,6	25,5	28,3	31,1	33,9								
10			13,9	17,4	20,9	24,3	27,8	31,2	34,7	38,1	41,6	45,0	48,5						
11			16,8	20,9	25,1	29,3	33,4	37,8	41,7	45,9	50,1	54,2	58,4						
12			19,9	24,8	29,7	34,7	39,6	44,5	49,5	54,4	59,3	64,3	69,2	74,1	79,1	84,0	88,9		
13			23,2	29,0	34,8	40,5	46,3	52,1	57,8	63,6	69,4	75,1	80,9	86,7	92,5	98,2	104,0		
14					40,2	46,8	53,5	60,2	66,9	73,5	80,2	86,9	93,6	100,2	106,9	113,6	120,3		
15					46,0	53,6	61,3	68,9	76,6	84,2	91,8	99,5	107,1	114,8	122,4	130,1	137,7		
16							69,6	78,2	86,9	95,6	104,3	112,9	121,5	130,3	139,0	147,6	156,3		
17							78,4	88,1	97,9	107,7	117,5	127,2	137,0	146,8	156,6	166,4	176,1		
18							87,7	98,6	109,6	120,5	131,5	142,4	153,3	164,3	175,2	186,2	197,1		
19							97,5	109,7	121,9	134,1	146,2	158,4	170,6	182,8	194,9	207,1	219,3		
20									134,9	148,3	161,8	175,3	188,7	202,2	215,7	229,2	242,6		
21									148,5	163,3	178,2	193,0	207,8	222,7	237,5	252,3	267,2		
22									162,8	179,0	195,3	211,6	227,8	244,1	260,4	276,6	292,9	309,1	325,4
23									177,7	195,5	213,2	231,0	248,7	266,5	284,3	302,0	319,8	337,5	355,3
24													270,6	289,9	309,2	328,5	347,9	367,2	386,5
25													293,3	314,3	335,2	356,2	377,1	398,1	419,0
26													317,0	339,6	362,3	384,9	407,5	430,2	452,8
27													341,6	366,0	390,4	414,8	439,2	463,6	487,9
28													367,1	393,3	419,5	445,8	472,0	498,2	524,4
29													393,5	421,6	449,8	477,9	506,0	534,1	562,2
30														451,0	481,0	511,1	541,1	571,2	601,2
31														481,2	513,3	545,4	577,5	609,5	641,6
32														512,5	546,7	580,8	615,0	649,2	683,3
33																617,4	653,7	690,0	726,3

Volume total prédit sans écorce = $Vt_{ss} = 0,128992 + (0,017232 \times H \times DHP) + (0,03282 \times H \times DHP^2)$

Annexe C

Abaque de prédiction de la proportion de volume avec écorce en fonction du DHP et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical.

DHP (cm)	DIAMÈTRE AU BOUT APICAL (avec écorce) (cm)																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	0,9499																				
3	0,9886	0,8570																			
4	0,9960	0,9499	0,7801																		
5	0,9982	0,9778	0,9026	0,7217																	
6	0,9991	0,9886	0,9499	0,8570	0,6770																
7	0,9995	0,9935	0,9715	0,9185	0,8160	0,6420															
8	0,9997	0,9960	0,9825	0,9499	0,8870	0,7801	0,6140														
9	0,9998	0,9974	0,9886	0,9674	0,9265	0,8570	0,7489	0,5912													
10	0,9999	0,9982	0,9922	0,9778	0,9499	0,9026	0,8291	0,7217	0,5722												
11	0,9999	0,9988	0,9945	0,9843	0,9647	0,9312	0,8793	0,8035	0,6979	0,5563											
12	0,9999	0,9991	0,9960	0,9886	0,9743	0,9499	0,9121	0,8570	0,7801	0,6770	0,5426										
13	0,9999	0,9993	0,9970	0,9915	0,9808	0,9626	0,9344	0,8932	0,8358	0,7588	0,6585	0,5306									
14	1,0000	0,9995	0,9977	0,9935	0,9853	0,9715	0,9499	0,9185	0,8747	0,8160	0,7394	0,6420	0,5206								
15	1,0000	0,9996	0,9982	0,9950	0,9886	0,9778	0,9611	0,9366	0,9026	0,8570	0,7974	0,7217	0,6273	0,5115							
16	1,0000	0,9997	0,9986	0,9960	0,9910	0,9825	0,9693	0,9499	0,9231	0,8870	0,8390	0,7801	0,7055	0,6140	0,5035						
17	1,0000	0,9997	0,9989	0,9968	0,9928	0,9860	0,9754	0,9599	0,9383	0,9094	0,8717	0,8238	0,7640	0,6907	0,6021	0,4964					
18	1,0000	0,9998	0,9991	0,9974	0,9941	0,9886	0,9800	0,9674	0,9499	0,9265	0,8959	0,8570	0,8084	0,7489	0,6770	0,5912	0,4900				
19	1,0000	0,9998	0,9993	0,9979	0,9952	0,9906	0,9836	0,9733	0,9569	0,9396	0,9145	0,8826	0,8427	0,7939	0,7348	0,6644	0,5813	0,4842			
20	1,0000	0,9999	0,9994	0,9982	0,9960	0,9922	0,9864	0,9778	0,9659	0,9499	0,9291	0,9026	0,8696	0,8291	0,7217	0,6528	0,5722	0,4789			
21	1,0000	0,9999	0,9995	0,9985	0,9967	0,9935	0,9886	0,9814	0,9715	0,9581	0,9407	0,9185	0,8909	0,8570	0,8160	0,7671	0,7094	0,6420	0,5639	0,4741	
22	1,0000	0,9999	0,9996	0,9988	0,9972	0,9945	0,9904	0,9843	0,9759	0,9647	0,9499	0,9312	0,9079	0,8793	0,8447	0,8035	0,7548	0,6979	0,6320	0,5563	0,4698
23	1,0000	0,9999	0,9996	0,9989	0,9976	0,9953	0,9918	0,9867	0,9795	0,9699	0,9574	0,9415	0,9217	0,8974	0,8680	0,8329	0,7915	0,7432	0,6871	0,6227	0,5492
24	1,0000	0,9999	0,9997	0,9991	0,9980	0,9960	0,9930	0,9886	0,9825	0,9743	0,9636	0,9499	0,9330	0,9121	0,8870	0,8570	0,8215	0,7801	0,7321	0,6770	0,6140
25	1,0000	0,9999	0,9997	0,9992	0,9982	0,9966	0,9940	0,9902	0,9849	0,9778	0,9686	0,9569	0,9422	0,9243	0,9026	0,8768	0,8462	0,8106	0,7692	0,7217	0,6675
26	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9985	0,9970	0,9948	0,9915	0,9869	0,9808	0,9726	0,9626	0,9499	0,9344	0,9156	0,8932	0,8667	0,8358	0,8000	0,7588	0,7118
27	1,0000	1,0000	0,9998	0,9994	0,9987	0,9974	0,9954	0,9926	0,9886	0,9833	0,9763	0,9674	0,9564	0,9428	0,9265	0,9069	0,8839	0,8570	0,8257	0,7899	0,7489
28	1,0000	1,0000	0,9998	0,9995	0,9988	0,9977	0,9960	0,9935	0,9900	0,9853	0,9792	0,9715	0,9618	0,9499	0,9356	0,9185	0,8983	0,8747	0,8474	0,8160	0,7801
29	1,0000	1,0000	0,9998	0,9995	0,9990	0,9980	0,9965	0,9943	0,9912	0,9871	0,9817	0,9749	0,9664	0,9560	0,9434	0,9283	0,9105	0,8898	0,8658	0,8381	0,8066
30	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9991	0,9982	0,9969	0,9950	0,9922	0,9886	0,9839	0,9778	0,9703	0,9611	0,9499	0,9366	0,9210	0,9026	0,8814	0,8570	0,8291
31	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9992	0,9984	0,9972	0,9955	0,9931	0,9899	0,9857	0,9803	0,9737	0,9655	0,9556	0,9438	0,9299	0,9136	0,8948	0,8731	0,8483
32	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9993	0,9986	0,9976	0,9960	0,9939	0,9910	0,9873	0,9825	0,9765	0,9693	0,9604	0,9499	0,9375	0,9231	0,9063	0,8870	0,8649
33	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9994	0,9988	0,9978	0,9964	0,9945	0,9920	0,9886	0,9843	0,9790	0,9725	0,9647	0,9553	0,9442	0,9312	0,9162	0,8990	0,8793

Proportion de volume avec écorce = $R_d = 1 - 0{,}62836855\ (d / DHP)^{3{,}65}$

Exemple : Pour une tige de 20 cm de DHP, 78,01 % du volume avec écorce est compris entre la souche et un diamètre minimun d'utilisation au bout apical de 15 cm. Le volume avec écorce de cette portion de tige s'obtient en multipliant cette proportion au volume total prédit avec écorce pour cette tige.

Annexe D

Abaque de prédiction de la proportion de volume sans écorce en fonction du DHP et du diamètre minimal d'utilisation au bout apical.

DHP (cm)	DIAMÈTRE AU BOUT APICAL (avec écorce) (cm)																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	0,9301																				
3	0,8809	0,8244																			
4	0,9924	0,9301	0,7441																		
5	0,9963	0,9658	0,8747	0,6854																	
6	0,9979	0,9809	0,9301	0,8244	0,6415																
7	0,9987	0,9883	0,9573	0,8928	0,7811	0,6076															
8	0,9992	0,9924	0,9722	0,9301	0,8572	0,7441	0,5809														
9	0,9994	0,9948	0,9809	0,9520	0,9020	0,8244	0,7125	0,5592													
10	0,9996	0,9963	0,9864	0,9658	0,9301	0,8747	0,7948	0,6854	0,5413												
11	0,9997	0,9973	0,9899	0,9748	0,9485	0,9076	0,8487	0,7681	0,6619	0,5263											
12	0,9998	0,9979	0,9924	0,9809	0,9610	0,9301	0,8855	0,8244	0,7441	0,6415	0,5136										
13	0,9998	0,9984	0,9941	0,9852	0,9698	0,9459	0,9114	0,8641	0,8019	0,7225	0,6235	0,5026									
14	0,9999	0,9987	0,9954	0,9883	0,9762	0,9573	0,9301	0,8928	0,8437	0,7811	0,7030	0,6076	0,4931								
15	0,9999	0,9990	0,9963	0,9906	0,9809	0,9658	0,9439	0,9140	0,8747	0,8244	0,7618	0,6854	0,5935	0,4847							
16	0,9999	0,9992	0,9970	0,9924	0,9845	0,9722	0,9544	0,9301	0,8981	0,8572	0,8063	0,7441	0,6894	0,5809	0,4773						
17	0,9999	0,9993	0,9975	0,9937	0,9872	0,9771	0,9624	0,9424	0,9160	0,8824	0,8404	0,7892	0,7277	0,6548	0,5695	0,4707					
18	0,9999	0,9994	0,9979	0,9948	0,9893	0,9809	0,9687	0,9520	0,9301	0,9020	0,8671	0,8244	0,7732	0,7125	0,6415	0,5592	0,4648				
19	0,9999	0,9995	0,9983	0,9956	0,9910	0,9839	0,9737	0,9597	0,9412	0,9176	0,8882	0,8523	0,8092	0,7582	0,6984	0,6292	0,5499	0,4595			
20	1,0000	0,9996	0,9985	0,9963	0,9924	0,9864	0,9777	0,9658	0,9501	0,9301	0,9051	0,8747	0,8381	0,7948	0,7441	0,6854	0,6180	0,5413	0,4547		
21	1,0000	0,9997	0,9987	0,9968	0,9935	0,9883	0,9809	0,9707	0,9573	0,9402	0,9186	0,8928	0,8615	0,8244	0,7811	0,7308	0,6732	0,6076	0,5335	0,4503	
22	1,0000	0,9997	0,9989	0,9973	0,9944	0,9899	0,9835	0,9748	0,9632	0,9485	0,9301	0,9076	0,8807	0,8487	0,8114	0,7681	0,7184	0,6619	0,5980	0,5263	0,4463
23	1,0000	0,9997	0,9991	0,9976	0,9951	0,9913	0,9857	0,9781	0,9681	0,9553	0,9393	0,9199	0,8965	0,8688	0,8364	0,7988	0,7558	0,7067	0,6513	0,5892	0,5197
24	1,0000	0,9998	0,9992	0,9979	0,9958	0,9924	0,9875	0,9809	0,9722	0,9610	0,9471	0,9301	0,9097	0,8855	0,8572	0,8244	0,7869	0,7441	0,6957	0,6415	0,5809
25	1,0000	0,9998	0,9993	0,9982	0,9963	0,9933	0,9891	0,9832	0,9756	0,9658	0,9536	0,9386	0,9207	0,8995	0,8747	0,8459	0,8130	0,7754	0,7330	0,6854	0,6322
26	1,0000	0,9998	0,9994	0,9984	0,9967	0,9941	0,9904	0,9852	0,9784	0,9696	0,9590	0,9459	0,9301	0,9114	0,8895	0,8641	0,8350	0,8019	0,7645	0,7225	0,6756
27	1,0000	0,9998	0,9994	0,9986	0,9971	0,9946	0,9915	0,9869	0,9809	0,9732	0,9637	0,9520	0,9380	0,9214	0,9020	0,8796	0,8538	0,8244	0,7913	0,7540	0,7125
28	1,0000	0,9999	0,9995	0,9987	0,9974	0,9954	0,9924	0,9883	0,9830	0,9762	0,9677	0,9573	0,9448	0,9301	0,9128	0,8928	0,8698	0,8437	0,8142	0,7811	0,7441
29	1,0000	0,9999	0,9995	0,9989	0,9977	0,9958	0,9932	0,9896	0,9848	0,9787	0,9711	0,9618	0,9507	0,9375	0,9221	0,9042	0,8837	0,8603	0,8339	0,8043	0,7713
30	1,0000	0,9999	0,9996	0,9990	0,9979	0,9963	0,9939	0,9906	0,9864	0,9809	0,9741	0,9658	0,9556	0,9439	0,9301	0,9140	0,8956	0,8747	0,8510	0,8244	0,7948
31	1,0000	0,9999	0,9996	0,9991	0,9981	0,9966	0,9945	0,9916	0,9877	0,9828	0,9767	0,9692	0,9602	0,9495	0,9370	0,9226	0,9060	0,8872	0,8659	0,8419	0,8152
32	1,0000	0,9999	0,9997	0,9992	0,9983	0,9970	0,9950	0,9924	0,9889	0,9845	0,9789	0,9722	0,9640	0,9544	0,9431	0,9301	0,9151	0,8981	0,8788	0,8572	0,8331
33	1,0000	0,9999	0,9997	0,9992	0,9985	0,9973	0,9955	0,9931	0,9899	0,9859	0,9809	0,9748	0,9674	0,9587	0,9485	0,9366	0,9231	0,9076	0,8902	0,8706	0,8487

Proportion de volume sans écorce $= R_a = 1 - 0{,}64256386\ (d / DHP)^{3{,}20}$

Exemple : Pour une tige de 20 cm de DHP, 74,41 % du volume sans écorce est compris entre la souche et un diamètre minimun d'utilisation au bout apical de 15 cm. Le volume sans écorce de cette portion de tige s'obtient en multipliant cette proportion au volume total prédit sans écorce pour cette tige.

Annexe E

Abaque de prédiction du volume marchand (dm^3) d'une tige de Pin gris en plantation en fonction du DHP et de la hauteur totale.

DHP (cm)	HAUTEUR (m)																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
9			4,1	5,1	6,1	7,1	8,1	9,1	10,1	11,1	12,1									
10			7,5	9,4	11,3	13,2	15,0	16,9	18,8	20,6	22,5	24,4	26,2							
11			11,1	13,9	16,6	19,4	22,1	24,9	27,6	30,4	33,1	35,9	38,6							
12			14,8	18,4	22,1	25,8	29,5	33,1	36,8	40,5	44,1	47,8	51,5	55,2	58,8	62,5	66,2			
13			18,6	23,2	27,9	32,5	37,1	41,8	46,4	51,0	55,6	60,3	64,9	69,5	74,1	78,8	83,4			
14					33,9	39,5	45,2	50,8	56,4	62,0	67,7	73,3	78,9	84,6	90,2	95,8	101,5			
15					40,2	46,9	53,6	60,3	67,0	73,7	80,3	87,0	93,7	100,4	107,1	113,8	120,4			
16							62,5	70,3	78,0	85,8	93,6	101,4	109,2	117,0	124,8	132,6	140,4			
17							71,8	80,7	89,7	98,6	107,6	116,6	125,5	134,5	143,4	152,4	161,3			
18							81,5	91,7	101,9	112,1	122,3	132,4	142,6	152,8	163,0	173,2	183,3			
19							91,8	103,3	114,7	126,2	137,6	149,1	160,6	172,0	183,5	194,9	206,4			
20									128,1	140,9	153,7	166,5	179,3	192,1	204,9	217,7	230,5			
21									142,1	156,3	170,5	184,8	199,0	213,2	227,4	241,6	255,8			
22									156,8	172,4	188,1	203,8	219,4	235,1	250,8	266,4	282,1	297,8	313,4	
23									172,0	189,2	206,4	223,6	240,8	258,0	275,2	292,4	309,6	326,8	344,0	
24									187,9	206,7	225,5	244,3	263,0	281,8	300,6	319,4	338,2	356,9	375,7	
25													286,2	306,6	327,0	347,5	367,9	388,3	408,8	
26													310,2	332,3	354,5	376,6	398,8	420,9	443,1	
27													335,1	359,0	382,9	406,9	430,8	454,7	478,6	
28													360,9	386,6	412,4	438,2	463,9	489,7	515,5	
29													387,6	415,2	442,9	470,6	498,3	525,9	553,6	
30														444,8	474,4	504,1	533,7	563,4	593,0	
31														475,3	507,0	538,7	570,4	602,1	633,7	
32														506,8	540,6	574,4	608,2	642,0	675,7	
33																611,2	647,1	683,1	719,0	

* Volume marchand prédit = (0,128992 + (0,017232 × H × DHP) + (0,03282 × H × DHP^2)) × (1 - (0,64256386 × (9 / DHP)$^{3/2}$))

Annexe F

Abaque de prédiction de la proportion de volume avec écorce en fonction de la hauteur totale de l'arbre et de la longueur apicale rejetée.

H (m)	LONGUEUR APICALE REJETÉE (H-h) (m)																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	0,8330																				
3	0,9427	0,6430																			
4	0,9732	0,8330	0,5128																		
5	0,9851	0,9073	0,7297	0,4223																	
6	0,9908	0,9427	0,8330	0,6430	0,3566																
7	0,9939	0,9619	0,8888	0,7624	0,5717	0,3069															
8	0,9957	0,9732	0,9218	0,8330	0,6989	0,5128	0,2681														
9	0,9968	0,9804	0,9427	0,8776	0,7794	0,6430	0,4637	0,2370													
10	0,9976	0,9851	0,9566	0,9073	0,8330	0,7297	0,5939	0,4223	0,2116												
11	0,9981	0,9884	0,9663	0,9279	0,8701	0,7898	0,6843	0,5508	0,3870	0,1904											
12	0,9985	0,9908	0,9732	0,9427	0,8968	0,8330	0,7491	0,6430	0,5128	0,3566	0,1725										
13	0,9988	0,9926	0,9783	0,9536	0,9164	0,8648	0,7969	0,7110	0,6056	0,4791	0,3301	0,1571									
14	0,9990	0,9939	0,9822	0,9619	0,9313	0,8888	0,8330	0,7624	0,6757	0,5717	0,4491	0,3069	0,1438								
15	0,9992	0,9949	0,9851	0,9682	0,9427	0,9073	0,8608	0,8019	0,7297	0,6430	0,5409	0,4223	0,2864	0,1322							
16	0,9993	0,9957	0,9875	0,9732	0,9517	0,9218	0,8826	0,8330	0,7720	0,6989	0,6128	0,5128	0,3982	0,2681	0,1219						
17	0,9994	0,9963	0,9893	0,9772	0,9588	0,9334	0,9000	0,8577	0,8058	0,7435	0,6701	0,5849	0,4872	0,3764	0,2518	0,1128					
18	0,9995	0,9968	0,9908	0,9804	0,9646	0,9427	0,9140	0,8776	0,8330	0,7794	0,7163	0,6430	0,5590	0,4637	0,3566	0,2370	0,1046				
19	0,9996	0,9973	0,9920	0,9830	0,9693	0,9503	0,9254	0,8939	0,8552	0,8087	0,7540	0,6905	0,6177	0,5350	0,4422	0,3385	0,2237	0,0973			
20	0,9996	0,9976	0,9930	0,9851	0,9732	0,9566	0,9349	0,9075	0,8735	0,8330	0,7852	0,7297	0,6661	0,5939	0,5128	0,4223	0,3220	0,2116	0,0906		
21	0,9997	0,9979	0,9939	0,9869	0,9764	0,9619	0,9427	0,9185	0,8888	0,8531	0,8111	0,7624	0,7064	0,6430	0,5717	0,4921	0,4040	0,3069	0,2005	0,0846	
22	0,9997	0,9981	0,9946	0,9884	0,9792	0,9663	0,9493	0,9279	0,9017	0,8701	0,8330	0,7898	0,7404	0,6843	0,6212	0,5508	0,4729	0,3870	0,2929	0,1904	0,0791

Proportion de volume avec écorce = $R_h = 1 - 1{,}04121839\,((H - h)/H)^{2{,}64}$

Exemple : Pour un arbre de 20 m de longueur (soit une tige de 19,85m en excluant la hauteur de souche de 0,15 m), 90,73 % du volume avec écorce est compris entre la souche et une distance de 8 m à partir de l'apex de l'arbre (12 m au-dessus du sol ou 11,85 m au-dessus de la souche). Le volume avec écorce de cette portion de tige s'obtient en multipliant cette proportion au volume total prédit avec écorce pour cette tige.

Pour connaître la longueur de billon obtenue, il faut utiliser la formule suivante : $L_{billon} = H - (H - h) - 0{,}15$ en mètre

Annexe G

Abaque de prédiction de la proportion de volume sans écorce en fonction de la hauteur totale de l'arbre et de la longueur apicale rejetée.

H (m)	LONGUEUR APICALE REJETÉE (H-h) (m)																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	0,8345																				
3	0,9437	0,6442																			
4	0,9738	0,8345	0,5133																		
5	0,9855	0,9086	0,7312	0,4222																	
6	0,9911	0,9437	0,8345	0,6442	0,3559																
7	0,9941	0,9626	0,8902	0,7639	0,5726	0,3058															
8	0,9959	0,9736	0,9230	0,8345	0,7004	0,5133	0,2666														
9	0,9970	0,9809	0,9437	0,8790	0,7809	0,6442	0,4639	0,2353													
10	0,9977	0,9855	0,9575	0,9086	0,8345	0,7312	0,5949	0,4222	0,2098												
11	0,9982	0,9888	0,9670	0,9291	0,8716	0,7914	0,6856	0,5516	0,3866	0,1882											
12	0,9986	0,9911	0,9738	0,9437	0,8981	0,8345	0,7506	0,6442	0,5133	0,3559	0,1700										
13	0,9989	0,9928	0,9788	0,9545	0,9176	0,8662	0,7984	0,7125	0,6067	0,4794	0,3292	0,1545									
14	0,9991	0,9941	0,9826	0,9626	0,9324	0,8902	0,8345	0,7639	0,6770	0,5726	0,4492	0,3058	0,1411								
15	0,9992	0,9951	0,9855	0,9689	0,9437	0,9086	0,8622	0,8035	0,7312	0,6442	0,5416	0,4222	0,2851	0,1293							
16	0,9993	0,9959	0,9878	0,9738	0,9526	0,9230	0,8840	0,8345	0,7736	0,7004	0,6139	0,5133	0,3979	0,2666	0,1189						
17	0,9994	0,9965	0,9896	0,9777	0,9597	0,9345	0,9012	0,8591	0,8073	0,7450	0,6714	0,5858	0,4875	0,3759	0,2501	0,1097					
18	0,9995	0,9970	0,9911	0,9809	0,9653	0,9437	0,9152	0,8790	0,8345	0,7809	0,7177	0,6442	0,5598	0,4639	0,3559	0,2353	0,1015				
19	0,9996	0,9974	0,9923	0,9834	0,9700	0,9513	0,9265	0,8952	0,8567	0,8103	0,7555	0,6919	0,6188	0,5357	0,4422	0,3377	0,2218	0,0940			
20	0,9996	0,9977	0,9933	0,9855	0,9738	0,9575	0,9359	[illegible]	0,8749	0,8345	0,7867	0,7312	0,6674	0,5949	0,5133	0,4222	0,3211	0,2098	0,0873		
21	0,9997	0,9980	0,9941	0,9873	0,9770	0,9626	0,9437	0,9197	0,8902	0,8546	0,8127	0,7639	0,7079	0,6442	0,5726	0,4925	0,4037	0,3058	0,1984	0,0812	
22	0,9997	0,9982	0,9948	0,9888	0,9797	0,9670	0,9503	0,9291	0,9029	0,8716	0,8345	0,7914	0,7419	0,6856	0,6223	0,5516	0,4731	0,3866	0,2917	0,1882	0,0757

Proportion de volume sans écorce = $R_h = 1 - 1{,}04609465\,((H - h)/H)^{2{,}66}$

Exemple : Pour un arbre de 20 m de longueur (soit une tige de 19,85 m en excluant la hauteur de souche de 0,15 m), 90,86 % du volume sans écorce est compris entre la souche et une distance de 8 m à partir de l'apex de l'arbre (12 m au-dessus du sol ou 11,85 m au-dessus de la souche). Le volume sans écorce de cette portion de tige s'obtient en multipliant cette proportion au volume total prédit sans écorce pour cette tige.

Pour connaître la longueur de billon obtenue, il faut utiliser la formule suivante : $L_{billon} = H - (H - h) - 0{,}15$ en mètre